UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE EINWIRKUNG PERIODISCHER KRÄFTE AUF TROPFEN

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT ZU GÖTTINGEN

VORGELEGT

VON

KARL BOEDEKER
AUS HÖCHST AM MAIN

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

GÖTTINGEN 1914

LEIPZIG
JOHANN AMBROSIUS BARTH
1914

Von der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung angenommen.
Tag der mündlichen Prüfung: 22. Juli 1914.

Referent: Herr Prof. Dr. H. Th. Simon.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

MEINEN LIEBEN ELTERN.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548110_0111

Inhaltsübersicht.

Seite

Einleitung. Hinweis auf in der Natur vorkommende Fälle periodischer Kräfte. Problemstellung 1

I. Teil.

1. Theoretische Grundlagen über Schwingungen von Tropfen . . . 8
2. Bisherige experimentelle Untersuchungen über Tropfenschwingungen 9

II. Teil.

Einwirkung periodischer elektrischer Kräfte auf Tropfen 11
1. Allgemeines über Einwirkung elektrischer Felder auf Tropfen. . 11
2. Versuchsanordnung 13
a) Die Herstellung des elektrischen Wechselfeldes 13
b) Die Wahl geeigneter Flüssigkeiten 14
3. Ergebnisse a) am Anilin-Benzol-Gemisch. 18
b) am CCl_4-Benzol-Gemisch 20
c) am CCl_4-Terpentinöl-Gemisch 22
4. Die Verwendung der rotierenden Trommel zum Aufzeichnen der Schwingungen. Aufnahme von Resonanz- und Phasenkurven, sowie Abhängigkeit der Höhe der maximalen Amplitude von der Feldstärke 23
Dämpfungsmessung 32
5. Untersuchung der Oberschwingungen 34
a) Versuchsanordnung 34
b) Ergebnisse 36

III. Teil.

Einwirkung periodischer mechanischer Kräfte auf Tropfen. Versuchsanordnung 37
1. Die Schwingungen eines einzelnen Tropfens 38
Phasensprung 39
Anwendung auf Messung der Oberflächenspannung 42

Seite

2. Die Einwirkung eines schwingenden Tropfens auf einen andern, der
   a) sich in Ruhe befindet 44
   b) ebenfalls schwingt 45

IV. Teil.

Die Einwirkung elektrischer Wechselfelder hoher Frequenz auf Emulsionen. Kohärerwirkung. Erklärungsmöglichkeit hierfür 49
Zusammenfassung 59

Einleitung.

Die Möglichkeit, daß periodische Kräfte auf Tropfen einwirken, ist in der Natur vielfach vorhanden. Die Regentropfen, sowie die Tröpfchen, aus denen die Wolken bestehen, sind periodischen, *elektro-magnetischen* Kräften ausgesetzt, wie sie ihnen durch die Licht- und Wärmestrahlung in der Atmosphäre zugetragen werden; auch periodische elektrische Kräfte geringerer Schwingungszahl dürften nicht selten bei den elektrischen Entladungen auftreten, die dauernd in der Atmosphäre stattfinden; ferner haben wir in den Schallwellen des Donners periodische Kräfte *mechanischer* Art. In der Tat kennt man seit langem Vorgänge, die mit solchen Kräften in Beziehung stehen können, so z. B. das oft zu beobachtende plötzliche Einsetzen von heftigem Regen nach einem Blitz. Weiter ist von V. J. Laine[1]) eine merkwürdige Einwirkung des Donners auf den Regenbogen beschrieben, die er als eine Beeinflussung der Tropfengröße durch die Schallschwingungen erklärt. Da zu erwarten stand, daß eine systematische Untersuchung der Vorgänge derartige Erscheinungen ihrer Erklärung näher bringen würde, veranlaßte Hr. Professor H. Th. Simon mich, die Einwirkung periodischer Kräfte auf Flüssigkeitstropfen eingehender zu untersuchen. Neben einigen Anhaltspunkten zur Lösung der oben genannten Fragen führte die Arbeit zu einer Reihe von weiteren Resultaten, die der Mitteilung wert scheinen.

Unterliegt ein Körper periodisch auf ihn einwirkenden Kräften, so wird er unter dem Einfluß dieser Kräfte, soweit es nach der Anordnung des Systems möglich ist, erzwungene Schwingungen ausführen. Ein System ist dann schwingungsfähig, wenn es Anordnungsstabilität und Geschwindigkeitsstabilität besitzt.[2]) In diesem Sinne ist ein Flüssigkeitstropfen

1) V. J. Laine, Phys. Zeitschr. 10. p. 965. 1909.
2) H. Th. Simon, Handwörterb. d. Naturw. 8. p. 1051.

schwingungsfähig: seine Anordnungsstabilität ist gegeben durch die Oberflächenspannung und seine Geschwindigkeitsstabilität durch seine träge Masse. Die Oberflächenspannung, die wir als potentielle Energie der Oberfläche ansehen, ist bestrebt, die Oberfläche möglichst zu verkleinern. Ein Tropfen also ist im Gleichgewicht, sobald er Kugelgestalt annimmt — wenn wir von der Einwirkung der Schwere absehen. Wird er nun einer äußeren deformierenden Kraft unterworfen, so wird er dieser nachgeben, wobei die Arbeit der äußeren Kraft gleich ist der durch die Vergrößerung der Oberfläche bedingten Zunahme der Oberflächenenergie. Hört dann die deformierende Kraft auf zu wirken, so sucht der Tropfen infolge seiner Anordnungsstabilität wieder die alte Gleichgewichtslage zu erreichen. Die Geschwindigkeitsstabilität ihrerseits bewirkt jedoch eine weitergehende Formveränderung, als der Gleichgewichtsform entspricht. Diese wieder hat eine Vergrößerung der Oberflächenenergie zur Folge usf., womit die Bedingungen zum Entstehen von Schwingungen gegeben sind.

Die mathematische Formulierung dieses Vorganges führte Rayleigh[1]) und Webb[2]) zu nachstehender Formel für die Schwingungsdauer T eines Tropfens, der sich in einem Medium befindet, dessen Dichte gegen die Dichte σ des Tropfens vernachlässigt werden kann:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma \cdot R^3}{(n+2)\,n\,(n-1)\cdot \alpha}}.$$

Hier bedeutet α die Oberflächenspannung in erg/cm^2, R den Tropfenradius und n einen die Form der Schwingung kennzeichnenden Parameter, der eine ganze Zahl von 2 an aufwärts ist.

Für den Fall, daß die Dichte ϱ der umgebenden Flüssigkeit gegenüber σ nicht vernachlässigt werden kann, kommt Webb zu der Formel

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{[(n+1)\sigma + n\varrho] \cdot R^3}{(n+2)(n+1)\,n\,(n-1)\cdot \alpha}}.$$

Die Formel geht für $\varrho = 0$ in die oben genannte über. Die langsamste Schwingung ist diejenige mit $n = 2$. Die Form, die dann der Tropfen in der Amplitude der einen Halbperiode annimmt, ist ein in Richtung der Kraft verlängertes Rotations-

1) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. **29.** p. 377. 1879.
2) S. Webb, Mess. of math. **9.** p. 177. 1879.

ellipsoid, während er eine halbe Periode später ein in derselben Richtung abgeplattetes Rotationsellipsoid darstellt. Für $n = 3$ erhalten wir als Schwingungsform einen abgerundeten Kegel, dessen Grundkreisdurchmesser gleich der Seitenlänge ist. Eine halbe Periode später ergibt sich als Form ein spiegelbildlich gleicher Kegel. Spiegelungsebene ist eine zur Rotationsachse senkrechte Ebene. $n = 4$ gibt in der Amplitude der einen Halbperiode einen Doppelkegel, bestehend aus zwei mit den Grundkreisen zusammenstoßenden Kegeln, deren Scheitelwinkel $= 90^0$ und deren Basiswinkel $= 45^0$ ist. Die Amplitude in der andern Halbperiode ist ein Kreiszylinder, dessen Durchmesser gleich seiner Höhe ist (vgl. Fig. 1).

Fig. 1.

In ähnlicher Weise sind die höheren Oberschwingungen als aus einzelnen Kegelstumpfen und Kegeln zusammengesetzt zu erklären. Die ungeradzahligen Oberschwingungen zeigen in den beiden Phasen spiegelbildlich gleiche Formen, die geradzahligen nicht.

I. Frühere Arbeiten über Schwingungen von Tropfen.

Experimentelle Untersuchungen über Tropfenschwingungen liegen nicht viele vor. Im Jahre 1887 hat Lenard[1]) die Schwingungen von abfallenden Tropfen benutzt, um die Oberflächenspannung der Tropfenflüssigkeit gegen Luft nach der oben stehenden Formel zu berechnen. Bekanntlich zeigen hängende Tropfen unter dem Einfluß der Schwere nahezu ellipsoidförmige Gestalt. Nach dem Abtropfen ist die deformierende Wirkung der Schwerkraft aufgehoben. Infolgedessen wird die Oberflächenspannung die Oberfläche nach Möglichkeit zu verkleinern suchen, d. h. der Tropfen wird Kugelgestalt annehmen wollen. Dieser Vorgang spielt sich in Schwingungen um die Gleich-

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. **30.** p. 209. 1887.

gewichtslage ab, wie wir p. 8 gesehen haben. Lenard bestimmte die Schwingungsdauer, indem er mit Hilfe von Funkenbeleuchtung nach einer stroboskopischen Methode die Stelle suchte, wo der Tropfen wieder die Form eines verlängerten Rotationsellipsoids zeigte. Aus dem Fallraum ließ sich dann die Fallzeit und damit die Schwingungsdauer und aus dieser und der Tropfengröße die Oberflächenspannung berechnen. Aus den der Lenardschen Arbeit beigegebenen Abbildungen erkennt man die Schwingungsformen für $n = 2$, zuweilen, z. B. Fig. 3a II, auch für $n = 3$ deutlich. Ebenso hat ein Schüler Lenards, O. Jahnke[1]), die Methode unter Verwendung einiger Verbesserungen in der Versuchsanordnung wieder benutzt. Die sich über die hier zur Messung benutzte Grundschwingung mit $n = 2$ überlagernden höheren Schwingungen wurden durch geeignete Form und Größe des Abtropfrohres, Verwendung kleiner Tropfen und dergleichen nach Möglichkeit zu vermeiden gesucht. Auch Lenard[2]) selbst ist 1910 nochmals auf die Methode zurückgekommen und hat sie dort noch wesentlich verfeinert.

Mit Hilfe einer Resonanzmethode hat P. G. Gundry[3]) Schwingungen von Quecksilbertropfen erzeugt. Der wesentliche Teil seiner Versuchsanordnung war ein mit Quecksilber gefülltes Rohr, das unten durch eine Schraube verschlossen war. Durch Drehen an dieser Schraube wurde etwas Quecksilber aus dem oberen offenen Ende des Rohres herausgedrückt und blieb dort auf dem etwas erweiterten Rande als flacher Tropfen liegen. Dieses Rohr wurde in verdünnte Schwefelsäure gebracht und diese einerseits, das Quecksilber anderseits mit den Polen einer Wechselstrommaschine verbunden. Durch die wechselnde Polarisation des Quecksilbers ändert dieses ebenso periodisch seine Oberflächenspannung und damit der Tropfen seine durch sein Gewicht, sowie die Oberflächenspannung gegebene Gestalt.

Wenn zwischen der periodischen Änderung der Oberflächenspannung durch den Wechselstrom und der Eigenschwingung des Tropfens Resonanz bestand, so geriet dieser in beträchtliche

---

1) O. Jahnke, Dissertation Heidelberg. 1909.

2) P. Lenard, Ber. der Heidelb. Akad. d. Wissensch., math.-nat. Klasse. 18. Abhandl. 1910.

3) P. G. Gundry, Ann. d. Phys. 14. p. 590. 1904.

Resonanzschwingungen. Gundry hat den Vorgang verfolgt, Resonanzkurven aufgenommen, besonders aber eine Messung der Oberflächenspannung des Quecksilbers gegen die Schwefelsäure damit versucht. Die Werte, die untereinander gut übereinstimmen, zeigen gegenüber den nach statischen Methoden bestimmten Werten eine erhebliche Abweichung. Die Gründe dazu liegen neben der Beeinflussung durch die elektrische Polarisation, die sehr beträchtlich sein kann, in der Hauptsache in der Benutzung der Webbschen Formel für T, die kugelförmige Tropfen voraussetzt, während hier naturgemäß flache Tropfen untersucht wurden.[1]) Auf den der Arbeit beigegebenen Abbildungen erkennt man teilweise die Schwingungen mit $n = 3$.

Eine genaue Untersuchung der Tropfenschwingungen ist nach den vorstehenden Methoden nicht wohl möglich. Bei den Versuchen von Gundry hat man es mit Tropfen zu tun, deren *Form* erheblich von der Kugelform abweicht, die somit den für den Fall kugelförmiger Tropfen berechneten Gesetzen nur in erster Annäherung gehorchen. Bei den Lenardschen Versuchen ist die Gleichgewichtsform wohl die *Kugel*, aber die Beobachtung der schnell fallenden Tropfen ist mit großen Schwierigkeiten verbunden. So ergibt sich als geeignete Methode die Anwendung von Tropfen einer Flüssigkeit, die in einer anderen *gleicher Dichte* frei schweben. Die Anregung der Schwingungen erfolgte mit Rücksicht auf das vorliegende Problem zunächst durch *elektrische* Wechselfelder; später wurden auch *mechanische* Kräfte herangezogen.

II. Die Einwirkung statischer elektrischer Felder auf Tropfen.

Der Einfluß von statischen elektrischen Feldern auf Tropfen ist mehrfach theoretisch und experimentell untersucht worden. Kirchhoff[2]) hat 1885 für die Dilatation einer flüssigen Kugel in einer andern Flüssigkeit unter Einwirkung eines homogenen elektrischen Feldes folgende Formel aufgestellt:

$$D = \frac{R}{3\alpha} \cdot \frac{2\pi(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}{1 + 4\pi\varepsilon_2} \cdot a_1^2 .$$

1) P. G. Gundry, l. c. p. 597.
2) G. Kirchhoff, Ann. d. Phys. **25.** p. 611. 1885.

Hier ist R der Kugelradius, α die Oberflächenspannung in der Grenzfläche, ε_1 die Dielektr.-Konstante der Tropfenflüssigkeit, ε_2 die der umgebenden Flüssigkeit, a_1 ist durch folgenden Ausdruck gegeben

$$a_1 = \frac{3 \cdot (1 + 4\pi\varepsilon_2)}{3 + 4\pi(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2)} \cdot E,$$

wo E die elektrische Feldstärke ist. Die Dilatation D ist definiert als das Verhältnis der Rotationsachse des entstehenden Ellipsoids zum ursprünglichen Tropfenradius.

Aus der Formel ergibt sich, daß die Dilatation stets größer als 1 ist, einerlei, ob $\varepsilon_1 \gtrless \varepsilon_2$ ist; ferner ist sie proportional zu R und E^2 und umgekehrt proportional zu α.

Auf anderm Wege hat G. Jäger[1]) die Gestalt eines schwerelosen Tropfens einer elektrisch leitenden Flüssigkeit im homogenen statischen Feld untersucht. Er hat zunächst experimentell die Erscheinungen an Tropfen aus einem Gemisch von Äthylalkohol und Wasser, die in Olivenöl schwebten, verfolgt und gezeigt, daß bei schwachen Feldern der zunächst kugelförmige Tropfen nahezu die Form eines langgestreckten Rotationsellipsoids, dessen Rotationsachse den Kraftlinien parallel liegt, annimmt. Bei zunehmender Feldstärke und Tropfengröße wird die Form geometrisch nicht mehr bestimmbar, der Tropfen wird an seinen beiden Enden spitz, zersprüht von diesen aus teilweise und wird schließlich instabil, so daß er zerfällt (vgl. die der zitierten Abhandlung beigegebenen Figuren). Zur theoretischen Behandlung macht Jäger die Annahme, daß in schwachen Feldern aus der Kugel ein genaues Rotationsellipsoid wird mit den Halbachsen a und b und der Exzentrizität

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}.$$

Unter Vernachlässigung aller höheren Potenzen von e als der zweiten gelangt er zu der Formel

$$e = \frac{3}{4} E \cdot \sqrt{\frac{a \cdot \varepsilon}{\alpha \cdot \pi}}.$$

Hier ist E die Feldstärke, ε die Dielektr.-Konstante der umgebenden Flüssigkeit und α die Oberflächenspannung an der Grenzfläche.

---

1) G. Jäger, Ber. d. Wiener Akad. **115** (2a). p. 923—940. 1906.

Die Formel besagt im wesentlichen das gleiche wie die von Kirchhoff. Der Dimension und Definition nach ist e^2 proportional zu D, so daß hier die gleiche Proportionalität zwischen der Formänderung und den Größen E, ε, α und R besteht. Das in der letzten Formel auftretende α ist bei der als gering vorausgesetzten Exzentrizität unmittelbar ein Maß für R.

Für den in der vorliegenden Arbeit behandelten Fall *gleicher* Dichte von Tropfen und umgebender Flüssigkeit geht die Webbsche Formel (vgl. p. 8) für die Schwingungsdauer von Tropfen über in die Form

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(2n+1)\varrho \cdot R^3}{(n+2)(n+1)n(n-1)\alpha}},$$

da $\sigma = \varrho$ ist, wo ϱ dann die gemeinsame Dichte beider Flüssigkeiten ist.

Da es sehr schwierig gewesen wäre, zwei Flüssigkeiten wirklich *gleicher* Dichte zu finden, von denen außerdem mindestens die eine ein guter *Isolator* sein mußte, die *nicht mischbar* sein durften und auch bei wechselnder Temperatur gleiche Dichte beibehalten mußten, so wurde nach dem Verfahren, das J. Plateau[1]) anwandte, die umgebende Flüssigkeit durch Mischen zweier Flüssigkeiten hergestellt, von denen die eine eine größere, die andere eine kleinere Dichte als die Tropfenflüssigkeit besaß. Das Gemisch wurde so eingestellt, daß der Tropfen gerade darin untersank; dann wurden durch vorsichtiges Eintragen von geringen Mengen der schwereren Flüssigkeit in die tiefen Schichten diese etwas schwerer als die Tropfenflüssigkeit gemacht. Damit erhielt der Tropfen eine bestimmte Gleichgewichtslage, in der er völlig ruhig schwebte. Die Unterschiede in der Dichte waren so gering, daß keinerlei Abweichungen von der Kugelform an dem Tropfen bemerkbar waren.

Beschreibung der Anordnung zur Herstellung der elektrischen Wechselfelder.

Sodann mußte eine Methode zur Erzeugung von elektrischen Feldern von genügender Stärke ausfindig gemacht

---

1) J. Plateau, Statique expérim. et théor. des liquides **1.** § 7.

werden; außerdem mußte die Möglichkeit vorliegen, die Frequenz bequem und meßbar in gewissen Grenzen ändern zu können. Hierzu diente zunächst ein großes Klingelfußsches Induktorium. Zum Betrieb wurde Gleichstrom benutzt (4 bis 8 Volt), dessen Unterbrechungszahl in nachstehender Weise regelbar verändert werden konnte. Als Unterbrecher diente ein exzentrisch auf der Achse eines Motors angebrachter Kupferstift, der abwechselnd in mit Alkohol überschichtetes Quecksilber eintauchte und herausgezogen wurde. Die Änderung der Unterbrechungszahl geschah durch Regelung der Umlaufszahl des Motors. Mittels eines Umdrehungszählers und der Uhr wurde außerdem die Frequenz gemessen.

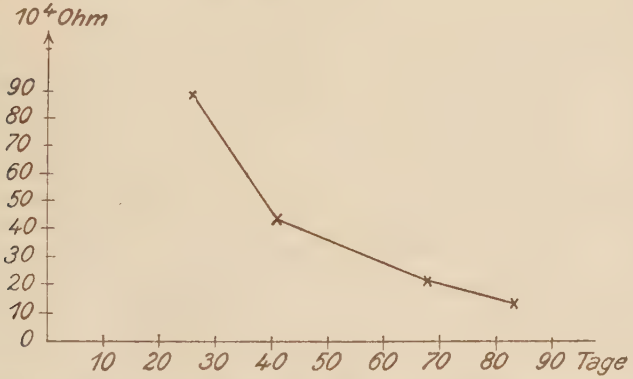
Die Anordnung wurde weiter so getroffen, daß die Sekundärklemmen zu zwei Metallplatten führten, die sich im Innern eines aus planparallelen Wänden gekitteten rechteckigen Glasgefäßes befanden oder später auch zuweilen außen an die Wände angelegt wurden. In diesem Gefäß befand sich das Flüssigkeitsgemisch, sowie der darin schwebende Tropfen. Wirklich freischwebende Tropfen konnten nicht gut angewandt werden, da diese infolge elektrostatischer Anziehung sehr leicht an eine der beiden Platten wanderten und dort fest hafteten. So wurden sie zunächst auf die vorhin erwähnte Weise in einer gewissen Höhenlage festgehalten und ferner durch einen von oben in den Tropfen hineingesteckten Glasfaden, der unten in eine kleine Kugel (vgl. z. B. Taf. I, Abb. 8) endete, an der Bewegung gehindert. Die Schwingungen wurden dadurch nicht gestört.

Die verwendeten Flüssigkeiten.

Als Flüssigkeiten konnten für die Mischung nur *Dielektrika* in Betracht kommen, während als Tropfenflüssigkeit auch *besser leitende* Substanzen angewendet werden konnten. Als solche wurde bei allen Versuchen Wasser benutzt, welches durch seine hohe Dielektr.-Konstante auch eine besonders gute Einwirkung des elektrischen Feldes erwarten ließ. Die Mischung wurde dann aus zwei organischen mit Wasser nicht mischbaren Flüssigkeiten hergestellt. Als solche dienten zuerst Anilin ($\sigma = 1{,}02$) und Benzol ($\sigma = 0{,}88$), später CCl_4 ($\sigma = 1{,}59$) und Benzol und schließlich, da beide erhebliche Schwierigkeiten zeigten, CCl_4 ($\sigma = 1{,}59$) und Terpentinöl ($\sigma = 0{,}87$), alle in dem entsprechenden Mengenverhältnis, so daß die Dichte der Mischung sehr

nahe = 1 wurde. Die letztere Mischung bewährte sich sehr gut und wurde späterhin meistens angewendet. Andere, sonst wohl brauchbare Substanzen wie $C_6H_5NO_2$, CS_2, $(C_2H_5)_2O$ und andere wurden wegen ihrer Giftigkeit und z. T. leichten Brennbarkeit vermieden.

Von der Verwendung des Anilins kam ich deshalb bald wieder ab, weil es eine doch noch merkliche Leitfähigkeit besitzt, so daß die Feldstärke nicht sehr hoch getrieben werden konnte. Außerdem löst es in ziemlich hohem Maße Wasser, so daß die Tropfen merklich an Volumen abnahmen. Durch die Wasserabnahme sinkt der elektrische Widerstand noch erheblich. Im Laufe von zwei Monaten, während derer stets wieder neue Wassertropfen in das Gefäß gebracht wurden, ist er etwa auf den sechsten Teil seines ursprünglichen Wertes gesunken. Der Widerstand erreicht scheinbar asymptotisch einen Grenzwert (vgl. Kurve Fig. 2). Auch die dunkle Farbe,



Widerstand des Anilin–Benzol-Gemisches in Abhängigkeit von der Zeit.

Fig. 2.

die es bei längerem Stehen an der Luft annimmt, ist für die Beobachtung störend. Versuche mit Toluidin zeigten wesentlich die gleichen Schwierigkeiten.

In mancher Beziehung viel besser, besonders was die Isolation anbetrifft, eignete sich ein Gemisch von CCl_4 und Benzol. Der elektrische Widerstand war ganz erheblich größer als bei Anilin und hielt sich ziemlich unverändert auf diesem Wert. Ein großer Übelstand war jedoch, daß die anfangs leicht beweglichen Wassertropfen in dem Gemisch nach kurzer Zeit

keine regelmäßigen Schwingungen mehr ausführten, sondern sich mehr oder weniger starr verhielten. Wurden sie dann dadurch verkleinert, daß mit Hilfe einer hineingesteckten Pipette ein Teil des Wassers abgesogen wurde, so schrumpfte die Oberfläche zusammen und legte sich in Falten, etwa vergleichbar der Hülle eines nicht prall gefüllten Luftballons. Vgl. hierzu die gleiche Beobachtung von J. Plateau[1]) an Öltropfen in Alkohol-Wasser-Gemischen. Diese Haut war es, die den Tropfen am Schwingen hinderte, oder zum mindesten die Schwingungen stark dämpfte. Oft zeigte sich die Hautbildung bei längerem Stehen durch eine Trübung der sonst vollkommen klaren Oberfläche an. Als Ursache ist nach Untersuchungen von A. Pockels[2]) die Bildung einer Emulsion der einen Flüssigkeit in der andern anzusehen.

Trotzdem konnten bei hinreichend schnellem Arbeiten mit stets erneuerten Tropfen eine Anzahl von Untersuchungen angestellt werden.

Einige andere daraufhin untersuchte Gemische, nämlich $C_6H_5Cl + C_6H_6$, $C_6H_4Cl_2 + C_6H_6$, $C_6H_5Cl + C_6H_6$ + Paraffinöl, zeigten die Erscheinung in gleichem Maße. Da überall Benzol in den Gemischen verwendet war, so lag die Vermutung nahe, daß dieses die Ursache der unangenehmen Eigenschaft der Gemische war. Daraufhin wurde ein Gemisch ohne Benzol hergestellt, nämlich Terpentinöl + CCl_4. Dieses Gemisch eignete sich denn auch für die weiteren Untersuchungen sehr gut. Eine Hautbildung war freilich auch bemerkbar, aber viel weniger störend. Die Tropfen erhielten ihre Beweglichkeit oft stundenlang unverändert bei, während früher schon nach wenigen Minuten der Tropfen unbrauchbar war und erneuert werden mußte. Nach Aufgabe der Verwendung des Anilingemisches konnte zur Erzeugung des elektrischen Feldes die Influenzmaschine an Stelle des Induktoriums angewandt werden. Ihre Anwendung war bei den Versuchen mit Anilin deshalb nicht möglich, da infolge des geringen Widerstandes der Mischung die geringe Stromstärke der Maschine nicht ausreichte, um ein genügend starkes Feld aufrecht zu erhalten. Die Verwendung der Maschine geschah in folgender Weise: Die beiden Pole der

1) J. Plateau, l. c. **1.** p. 29.
2) A. Pockels, Ann. d. Phys. **8.** p. 870. 1902.

Maschine waren mit den vorher erwähnten Metallplatten in dem Glasgefäß verbunden. Parallel zu den Platten lag eine Funkenstrecke aus Mg-Kugeln mit veränderlichem Abstand der Kugeln. War nun die Maschine im Gang, so wurde mit zunehmender Spannung die Feldstärke in dem Gefäß größer, bis die Entladungsspannung der Funkenstrecke erreicht war und ein Funke überging. Dadurch wurde das Feld entladen, dann aber sogleich durch die Maschine wieder aufgeladen, bis wieder ein Funke überging usf. Auf diese Weise war es leicht, ein periodisch wechselndes Feld herzustellen. Die Funkenzahl und damit die Wechselzahl des Feldes konnte verändert werden einmal durch Verlängerung oder Verkürzung der *Funkenstrecke* oder bei *konstanter Funkenlänge* durch Änderung der *Drehgeschwindigkeit* der Maschine, was durch Regulieren des Antriebmotors geschah. Gegebenenfalls wurden auch noch eine oder mehrere Leidener Flaschen parallel zur Funkenstrecke geschaltet. Die Funkenlänge variierte im allgemeinen zwischen ca. $^1/_4$ mm bis zu einigen mm. Die Funkenzahl konnte bis etwa 15 pro Sekunde eingestellt werden. Die Messung der Funkenzahl ließ sich bei den langsamen Funken (bis zu etwa 2 pro sec) durch einfaches Abzählen einer bestimmten Anzahl und Beobachtung einer Stoppuhr erreichen. Für schnellere Funkenfolge wurde eine stroboskopische Methode gewählt. Durch die Funken wurde im verdunkelten Zimmer eine auf der Achse eines Motors sitzende schwarze Scheibe mit einem weißen Sektor beleuchtet und nun die Scheibe in so schnelle Umdrehung versetzt, daß sie scheinbar in dem intermittierenden Funkenlicht unbewegt erschien. Dann entsprach jeder Umdrehung der Scheibe ein Funke. Die Drehzahl wurde mit Hilfe eines Umlaufzählers und der Stoppuhr gemessen und daraus die Funkenzahl berechnet.

Die Messung der Tropfengröße geschah mit Hilfe des Ophthalmometers in der Weise, daß die beiden Glasplatten so weit mittels der Stellschraube gedreht wurden, bis die beiden Tropfenbilder — die Beleuchtung geschah mittels einer hinter dem Gefäß stehenden Glühlampe — gerade aneinander stießen. Aus der Größe der Drehung der Schraube wurde mit Hilfe einer Eichkurve der Abstand der beiden Bilder, d. h. der Durchmesser des Tropfens und damit sein Radius ermittelt.

Über die später angewandte photographische Methode zur

Aufzeichnung der Schwingungen soll weiter unten berichtet werden.

Untersuchungen an dem Anilin-Benzol-Gemisch.

Die Messungen am Anilin-Benzol-Gemisch wurden alle mit Hilfe des Induktoriums auf die oben beschriebene Weise angestellt. Die Feststellung der Schwingungsdauer, d. h. der Eigenschwingungsdauer des freischwingenden Tropfens, geschah in der Weise, daß zunächst die Unterbrechungen des primären Stromes sehr schnell erfolgten. Dabei führte der Tropfen ebenso schnelle, entsprechend schwache erzwungene Schwingungen aus. Je mehr der Resonanzpunkt erreicht wurde, d. h. je mehr die Anzahl der Unterbrechungen pro Sekunde der Eigenschwingungszahl pro Sekunde des Tropfens gleich wurde, desto lebhafter wurden die Schwingungen und erreichten bei völliger Gleichheit ihre Maximalamplitude. Beim Überschreiten des Resonanzpunktes, d. h. bei langsamer Folge der Unterbrechungen, nahm dann die Amplitude, entsprechend den Gesetzen über erzwungene Schwingungen, wieder ab. Die Messung der Amplitude geschah ebenfalls mit dem Ophthalmometer in folgender Weise: Die beiden Tropfenbilder erschienen im Ophthalmometer als zwei halbdunkle Kreisflächen. Überdeckten sich die Bilder jedoch teilweise, so erschien dieser Teil ganz dunkel. Es wurde nun bei ruhendem Tropfen die Stellschraube am Ophthalmometer soweit gedreht, daß die Bilder gerade aneinander stießen. Dies ergab den Tropfendurchmesser. Geriet nun der Tropfen in Schwingungen, so überdeckten sich offensichtlich während derjenigen Zeit, wo der Tropfen die Form eines verlängerten Rotationsellipsoids annahm, die Bilder teilweise. Nach einiger Übung ließ sich, auch bei schnellen Schwingungen, zuverlässig das Ophthalmometer so einstellen, daß die Bilder sich gerade nicht mehr überdeckten. Die neue Stellung der Stellschraube war dann ein Maß für die Amplitude. Auf diese Weise sind auch die im folgenden besprochenen Resonanzkurven hergestellt worden, indem die Amplitude bei verschiedener Unterbrechungszahl gemessen und als Funktion derselben aufgetragen wurde.

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die zusammengehörigen Werte der Schwingungsdauer T bei Resonanz und des Tropfenradius R, sowie die daraus nach der Formel berechneten Werte der Oberflächenspannung α.

T_r sec	R cm	$\alpha \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$	T_r sec	R cm	$\alpha \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$
0,14	0,25	6,56	0,12	0,21	5,30
0,25	0,36	6,16	0,15	0,27	7,33
0,26	0,38	6,72	0,25	0,37	6,68
0,14	0,27	8,25	0,20	0,34	8,10
0,22	0,34	6,70	0,24	0,38	7,88
0,20	0,33	7,43	0,25	0,37	6,68

Als Mittelwert von α ergibt sich aus den mitgeteilten Werten

$$\alpha_m = 6{,}98 \text{ erg/cm}^2.$$

Die verhältnismäßig große Ungenauigkeit der einzelnen Werte für α untereinander erklärt sich daraus, daß in die Formel

$$\alpha = \frac{4\,\pi^2 \cdot 5 \cdot R^3}{24 \cdot T^2}$$

der Radius mit der dritten und T mit der zweiten Potenz eingehen, so daß kleine Fehler in der Bestimmung dieser Größen einen großen Einfluß auf das Resultat haben.

Weiterhin wurde mit dem Gemisch eine Resonanzkurve aufgenommen derart, daß als Abszisse T aufgetragen ist und als Ordinate die im Ophthalmometer beobachtete Amplitude des Tropfens in mm. $2\,R = 0{,}675$ cm.

T sec	A mm	T sec	A mm
0,47	0,115	0,20	0,28
0,41	0,10	0,146	0,10
0,33	0,20	0,125	0,05
0,23	0,10	0,124	0,05
0,202	0,23		

Die Tabelle zeigt ein deutliches Maximum für $T = 0{,}20$ sec. Dieser Punkt ist als Resonanzpunkt anzusehen. Der Wert $T_r = 0{,}20$ sec gibt mit $R = 3{,}4$ mm, für α den Wert 8,10 erg/cm², was mit den Werten in obiger Tabelle hinreichend übereinstimmt.

Über die Ursache des zweiten Maximums bei $T = 0{,}33$ sec läßt sich nichts aussagen. Auf jeden Fall ist es nicht etwa durch eine Oberschwingung veranlaßt, wie sich aus deren späterer Behandlung ergeben wird.

Die Versuche mit Anilin, die mehr als Vorversuche anzusehen sind, wurden wegen der oben angedeuteten Schwierigkeiten nicht weiter fortgeführt.

Untersuchungen an dem Gemisch CCl_4 und C_6H_6.

Die Versuche wurden von jetzt an mit der Influenzmaschine angestellt.

Die nachstehende Tabelle gibt eine Zusammenstellung von zueinander gehörigen Werten von R und T_{res} und die daraus berechneten Werte von α.

T_{res} sec	R cm	$\alpha \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$	T_{res} sec	R cm	$\alpha \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$
0,196	0,29	5,22	0,170	0,316	9,05
0,272	0,375	5,87	0,180	0,310	7,57
0,208	0,315	5,98	0,190	0,310	6,78
0,264	0,352	5,17	0,190	0,310	6,78
0,240	0,353	6,28	0,200	0,315	6,46

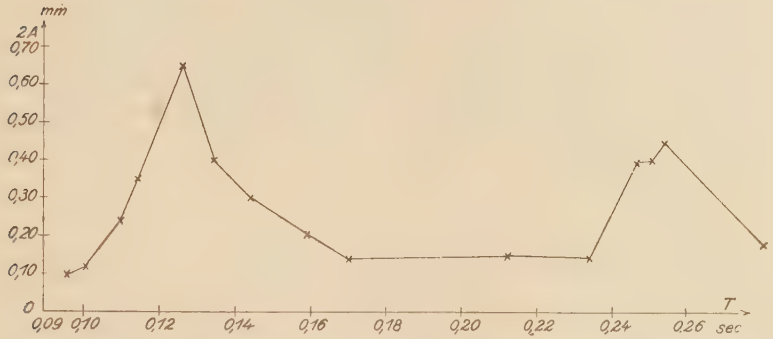
Als Mittelwert aus diesen Beobachtungen ergibt sich

$$\alpha = 6{,}52 \text{ erg/cm}^2.$$

Ferner wurden verschiedene Resonanzkurven aufgenommen. Die Änderung der Frequenz geschah zum Teil durch Änderung der Geschwindigkeit der Maschine bei konstanter Funkenlänge, zum Teil durch Verstellen der Funkenstrecke bei konstanter Umdrehungsgeschwindigkeit. Die nach der ersten Methode bestimmten Kurven zeigen den normalen Verlauf von Resonanzkurven (vgl. Kurve 3).

Die durch die Veränderung der Funkenlänge entstandenen Kurven zeigen einen mit *wachsender Funkenlänge*, also abnehmender Frequenz, im ganzen *ansteigenden* Verlauf. Die Resonanzstelle ist durch deutlich ausgeprägte relative Maxima erkennbar. Das Ansteigen rührt daher, daß die Amplitude bei gleicher Frequenz eine Funktion der Feldstärke, also auch der Funkenlänge ist, und zwar, wie weiter unten mitgeteilt werden soll, für kurze Funkenstrecken proportional dem Quadrat dieser Funkenstrecke, bei längeren Funken proportional einer höheren Potenz. Die Kurven stellen also eine Superposition von gewöhnlichen Resonanzkurven und den auf p. 31 mitgeteilten Kurven dar (vgl. Fig. 4).

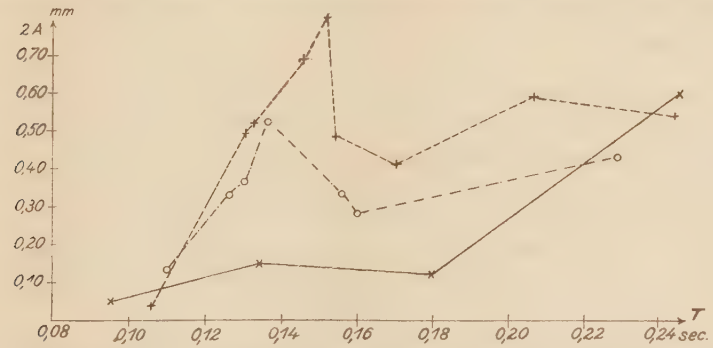
Die Kurven zeigen zuweilen zwei Resonanzstellen, und zwar liegt die eine stark ausgeprägte bei $T = T_r$, die zweite schwächere



Resonanzkurve an $CCl_4 + C_6H_6/H_2O$ für einen Tropfen vom Radius $R = 3{,}15$ mm. Funkenlänge konstant.

Fig. 3.

bei $T = 2\,T_r$. Dies zweite Maximum rührt daher, daß der Tropfen zwischen zwei Funken gerade eine freie Schwingung ausführt, also noch Geschwindigkeitsenergie besitzt, wenn der



Resonanzkurve an $CCl_4 + C_6H_6/H_2O$ für Tropfen vom Radius R.

Kurve 4. 1) × .... $R = 3{,}33$ mm
„ 5. 2) ○ .... $R = 3{,}34$ „
„ 6. 3) + ... $R = 3{,}48$ „

Funkenlänge variabel.

Fig. 4.

nächste Impuls auf ihn wirkt, so daß die ihm dadurch zugeführte Energie mit der noch vorhandenen zusammenwirkt (vgl. Fig. 3).

Da die starke Hautbildung an der Oberfläche der Tropfen diese in kurzer Zeit zu den Versuchen unbrauchbar machte, mußte die Aufnahme der Resonanzkurven möglichst schnell geschehen, und infolgedessen mußte auf eine genauere Festlegung der Kurve verzichtet werden. Man erkennt jedoch, daß die Kurven, die durch Verstellen der Funkenstrecke aufgenommen sind, ein voneinander sehr abweichendes Aussehen haben (vgl. p. 20).

Untersuchungen an einem Gemisch von CCl_4 und Terpentinöl.

Die sämtlichen folgenden Untersuchungen wurden mit diesem Gemisch angestellt. Die darin schwebenden Wassertropfen behielten ihre leichte Beweglichkeit stunden-, ja tagelang unverändert bei; eine Hautbildung trat fast gar nicht ein. Infolgedessen konnten ausgedehntere Versuchsreihen an einem Tropfen gemacht werden. Im folgenden seien die Resonanzstellen einiger auf die gleiche Weise wie oben dargestellte Resonanzkurven mitgeteilt. Sie sind alle mit variabler Funkenlänge und konstanter Umlaufsgeschwindigkeit der Maschine hergestellt.

In der folgenden Tabelle bedeutet T_{res} die Schwingungsdauer bei Resonanz, R den Tropfenradius, α den daraus berechneten Wert der Oberflächenspannung.

T_{res} sec	R cm	$\alpha \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$
0,20	0,352	9,0
0,19	0,325	7,8
0,212	0,353	8,2
0,202	0,357	9,2
0,202	0,307	6,1
0,182	0,298	6,6

Mittelwert $\alpha = 8{,}3$ erg/cm^2.

Als Beispiel für den Verlauf der ganzen Kurve diene Fig. 5.

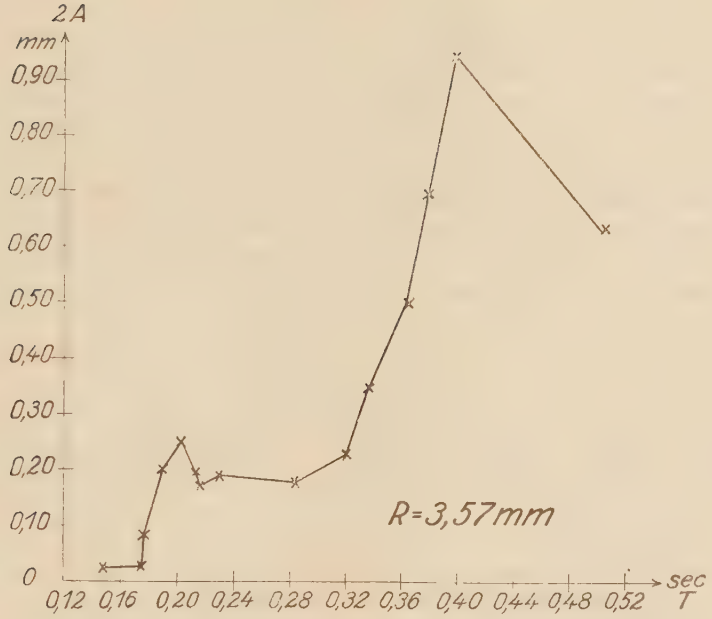


Fig. 5.

Aufzeichnung der Schwingungen mit Hilfe der rotierenden Trommel.

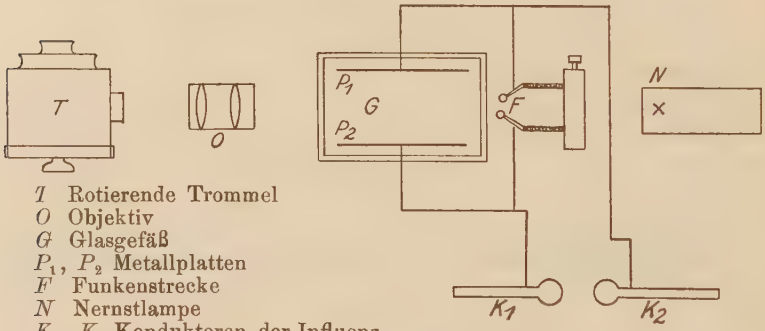
a) Beschreibung der Registriervorrichtung.

Da die vorstehend angewandte Methode keine Beobachtung des zeitlichen Umlaufs der einzelnen Schwingung zuließ, außerdem über die *Phasen*verhältnisse zwischen Funken und Schwingung nichts aussagen konnte, wurde im weiteren eine *photographische* Registriermethode zur Anwendung gebracht.

Als Registriervorrichtung diente eine in einem lichtdichten Kasten rotierende Trommel, die mit lichtempfindlichen Papier bespannt wurde. In dem Kasten befand sich ein Spalt, der mit Hilfe eines durch einen Elektromagneten betätigten Verschlusses nach Belieben geöffnet und geschlossen werden konnte. Der Apparat ist von Edelmann-München[1]) als Registriervorrichtung für das Einthovensche Saitengalvanometer konstruiert. Auf das Negativpapier wurde nun mit Hilfe eines

1) M. Th. Edelmann, Phys. Zeitschr. **7**. p. 115. 1906.

lichtstarken photographischen Objektives von Voigtländer (f:2,3, Brennweite 20 cm) der Schatten des von der andern Seite her mit Hilfe einer Nernstlampe beleuchtenden Tropfens, dessen Schwingungen untersucht werden sollten, projiziert, so daß der Äquator auf den Spalt fiel und somit sich auf dem Negativpapier abbildete. Die Funkenstrecke, die wie früher zum Auslösen der Schwingungen diente, wurde möglichst dicht vor den Spalt gestellt, so daß die einzelnen Funken ebenfalls das Negativpapier belichteten. Der Antrieb der Trommel geschah mit Hilfe eines von Hand regulierbaren Elektromotors



T Rotierende Trommel
O Objektiv
G Glasgefäß
P_1, P_2 Metallplatten
F Funkenstrecke
N Nernstlampe
K_1, K_2 Konduktoren der Influenzmaschine.

Fig. 6.

über ein Vorgelege, so daß die Trommel in etwa 10 bis 20 Sekunden einmal umlief. Das Öffnen und Schließen des Spaltverschlusses konnte mit Hilfe einer an der Trommel vorhandenen zwangsläufig arbeitenden Ein- und Ausschaltvorrichtung für den Magnetstrom so eingestellt werden, daß der Spalt während einer oder nach Bedarf auch nur während einer halben Umdrehung der Trommel offen blieb. Die gesamte Anordnung ist aus der Zeichnung Fig. 6 zu erkennen.

Solange der Tropfen in Ruhe war, zeichnete sich das von dem Spalt ausgeblendete Tropfenbild auf dem Negativpapier bei dessen Vorbeiziehen als stets gleich breiter Streifen ab. Das positive Bild des Tropfens erschien dunkel mit heller Mitte infolge der Lichtbrechung im Innern des Tropfens. Der Streifen auf dem Papier, der die Spur des Tropfens wiedergab, wurde also bei der photographischen Aufnahme hell mit dunkler mehr oder weniger breiter Mitte. Der von dem Tropfenbild nicht bedeckte Teil des Papiers ist geschwärzt, da dort das Licht

der Projektionslampe freien Zutritt hatte. Führte der Tropfen nun Schwingungen aus, so wurde der Äquator abwechselnd breiter und schmaler, und dementsprechend ist die Begrenzungslinie des den Tropfen darstellenden Streifens auf beiden Seiten eine Wellenlinie. Die jeweilige Breite des Streifens ist gleich dem Durchmesser des Tropfens zu der betreffenden Zeit oder, besser gesagt, gleich der Rotationsachse des bei der Schwingung entstehenden Rotationsellipsoids in jedem Zeitpunkt. Da sich gleichzeitig die Funken der Funkenstrecke als schwarze Querstreifen auf dem Papier abbildeten, so war damit ohne weiteres die Möglichkeit zur Untersuchung der Phasenverhältnisse gegeben, wie sie z. B. im Resonanzpunkt von Interesse ist. Als Beispiel dieser Art der Aufzeichnung diene Taf. III, Abb. 27. Die Breite des Streifens ließ sich mit Hilfe einer vor dem Spalt befindlichen Millimeterskala, die sich ebenfalls auf das Papier projizierte, leicht messen. Da sich bald die Notwendigkeit zur gleichzeitigen Aufzeichnung einer Zeitmarke herausstellte — eine Regulierung der Umlaufsgeschwindigkeit war für die erforderliche Genauigkeit unmöglich —, wurde in den Stromkreis des den Spaltverschluß betätigenden Magnetstromes ein Unterbrecher eingeschaltet, derart, daß ein Helmholtzsches Pendel diesen jedesmal bei seinem Durchgang durch die Nullage einmal für kurze Zeit öffnete, und kurz darauf wieder schloß. Damit fiel der Verschluß herab, wurde aber sofort wieder hochgezogen, da der Magnetstrom sich sogleich wieder schloß. Die Zeitmarken zeichnen sich auf dem Papier demnach als unbelichtete *weiße Querstreifen* ab (vgl. Taf. III, Abb. 26). Die Zeit*dauer* der durch das Pendel bewirkten Stromunterbrechung hängt natürlich ab von der Geschwindigkeit, mit der das Pendel durch seine Nullage hindurchgeht, d. h. von der Amplitude der Pendelschwingung; dagegen ist der Zeit*punkt* des Unterbrechens davon unabhängig. deshalb wurde dieser Zeitpunkt der Berechnung zugrunde gelegt. Die Schwingungsdauer des Pendels wurde zu 0,112 sec bestimmt, unter Schwingungsdauer die Dauer eines Hin- und Herganges verstanden. Da das Pendel bei jedem Hin- und Hergange in der Nullage einmal den Strom unterbrach, ist der zeitliche Abstand zwischen zwei Querstreifen zugrunde gelegt, die beim Durchgang des Pendels durch die Nullage in der einen Richtung entstanden waren, also 0,112 sec für den Abstand eines Streifens vom übernächsten.

Um auch noch die *wirkliche* Größe des Tropfens zu erfahren, wurde die Vergrößerung der optischen Anordnung in der Weise bestimmt, daß nach der Aufnahme des Tropfens an seine Stelle eine auf Glas gezeichnete Millimeterskala gestellt und ebenfalls auf das gleiche Papier photographiert wurde. Durch Ausmessung des Bildes dieser Skala mit Hilfe der oben erwähnten in dem Spalte befindlichen Skala war leicht mit hinreichender Genauigkeit die Vergrößerung zu bestimmen. Wegen des bei verschiedenen Aufnahmen wechselnden Abstandes des Tropfens von dem Objektiv war die Vergrößerung immer etwas anders und wurde jedesmal, wenn es darauf ankam, auf vorstehende Weise bestimmt. Sie betrug im allgemeinen etwa 2,6 bis 3,0.

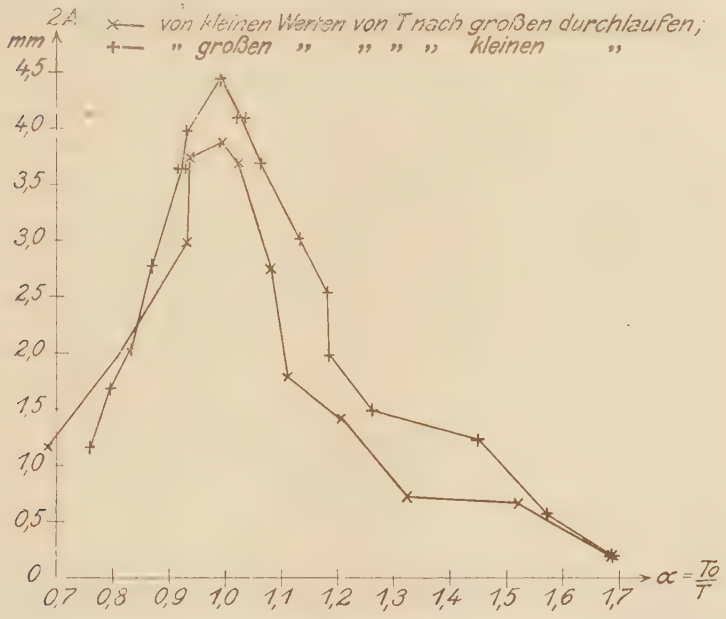
b) Aufnahme von Resonanzkurven.

Die Aufnahme der Resonanzkurven geschah in der Weise, daß zunächst die Funkenfolge schneller als die Eigenschwingungsdauer des Tropfens eingestellt wurde. Dann wurde die Trommel in Gang gesetzt und nun die Funkenfolge verlangsamt bis über den Resonanzpunkt hinweg. Zuweilen wurde auch umgekehrt von langsamer zu rascher Funkenfolge übergegangen. Auf den Films erkennt man deutlich das Zunehmen und Wiederabnehmen der Amplitude. Ebenso liegen die Funkenmarken bei rascher Funkenfolge enger zusammen als bei langsamer (vgl. Taf. III, Abb. 26).

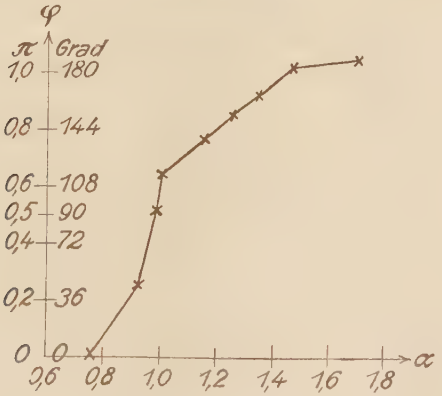
Um die verschiedenen Kurven besser miteinander vergleichen zu können, wurden als Abszissen nicht die Schwingungsdauern selbst aufgetragen, sondern das mit α bezeichnete Verhältnis zwischen der Dauer der Eigenschwingung zu der Zeit, die zwischen zwei Funken lag, oder zwischen der Frequenz der erregenden Schwingung, also der Funkenfrequenz, zur Eigenfrequenz des Tropfens. Als Ordinate wurde die jeweils zugehörige Differenz zwischen der Amplitude des Tropfens und dem Durchmesser des in Ruhe befindlichen Tropfens aufgetragen. Die Änderung der Funkenfolge geschah teils durch Verstellen der Funkenstrecke, teils durch Änderung der Tourenzahl der Maschine. Wegen der schon früher hervorgehobenen Unregelmäßigkeiten beim Verlängern der Funkenstrecke wurde das erstere Verfahren jedoch nicht weiter benutzt.

Auf diese Weise sind die beigegebenen Resonanzkurven, Fig. 7 bis 9, hergestellt. Sie zeigen den normalen Verlauf,

jedoch mit der Eigentümlichkeit, daß sie zuweilen hinter dem Resonanzpunkt ein relatives Maximum aufweisen; und zwar



Resonanzkurven.

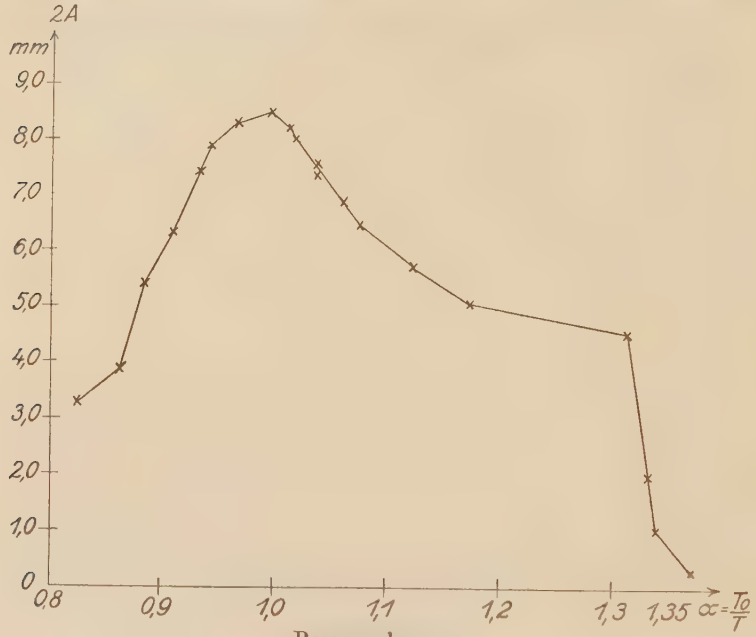


Phasenkurve.

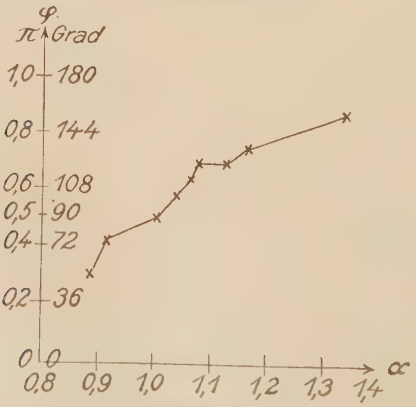
Fig. 7.

liegt dieses, wenn die Frequenz ν bei Resonanz mit 1 bezeichnet wird, ziemlich übereinstimmend bei allen Kurven bei etwa

$\nu = 1{,}35$. Eine Oberschwingung kann das Auftreten dieses Maximums nicht herbeiführen; denn bereits für die langsamste



Resonanzkurve.

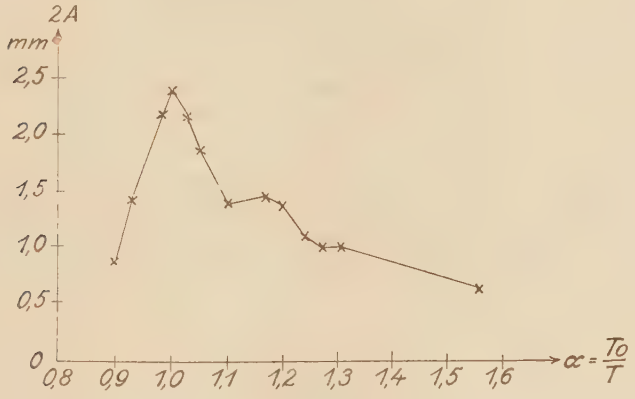


Phasenkurve.

Fig. 8.

Oberschwingung, mit $n = 3$, ist die Frequenz bereits 1,9, wenn man die für $n = 2$, wie oben gleich 1 setzt. Da außerdem nach

der Art der Feldverteilung die ungeradzahligen Oberschwingungen nicht auftreten können, so käme erst die Schwingung mit $n = 4$ in Frage; deren Frequenz jedoch beträgt bereits 2,76, diejenige für $n = 2$ gleich 1 gesetzt.



Resonanzkurve.

Fig. 9.

c) Aufnahme der Phasenkurven.

Die beschriebene Methode zum Registrieren der Schwingungen gestattete in einfacher Weise die gegenseitige *Phase* zwischen der *erregenden Kraft* und der *erzwungenen Schwingung* zu untersuchen. Zu diesem Zweck war, wie schon erwähnt, die Funkenstrecke dicht vor dem Spalt aufgestellt, so daß die Funken sich als schwarze Querstreifen auf dem Papier abzeichneten.

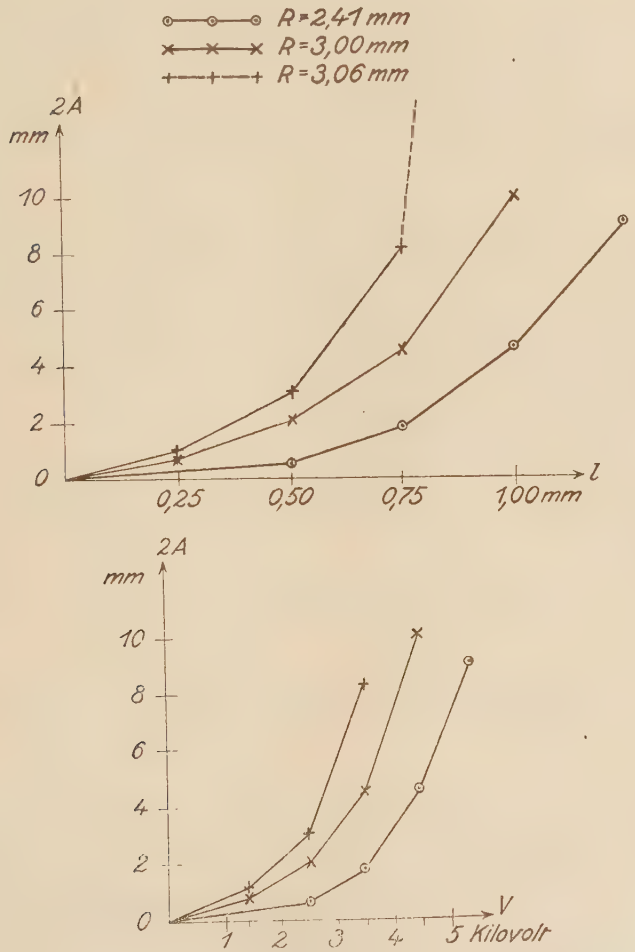
Für $T < T_0$ fallen die Funken zusammen mit der Schwingungsphase, in der der Tropfen ein abgeplattetes Rotationsellipsoid darstellt; je mehr $T = T_0$ wird, desto mehr verschieben sich die Funkenmarken nach den Stellen, wo der Tropfen seine Ruhelage durchläuft; endlich für $T > T_0$ nähern sich die Funkenmarken immer mehr derjenigen Schwingungsphase, in der der Tropfen durch das Maximum seiner Elongation hindurchgeht. Mit den Gesetzen über erzwungene Schwingungen steht dies im Einklang. Diese gelten zunächst für den Fall einer sinförmigen erregenden Kraft. Eine solche liegt hier nicht vor, sondern unter Annahme einer mit der Zeit bis zum Einsetzen

des Funkens linear ansteigenden Feldstärke und eines im Augenblick des Funkenüberganges plötzlichen Abfalles derselben steigt die Kraft zunächst proportional dem Quadrat der Feldstärke an und sinkt dann plötzlich auf Null herab. Entwickelt man diese Funktion nun in eine Fouriersche Reihe, so erhält man als erstes Glied ein cos-Glied, dessen Maximum in Phase ist mit dem Maximum der tatsächlich vorhandenen periodischen Kraft, das also mit dem Funken zusammenfällt. Somit zeigt der Verlauf der Phase zwischen Schwingung des Tropfens und dem Funken, daß für $T > T_0$ erregende Kraft und Schwingung in Phase sind, daß sie bei kleiner werdendem T allmählich eine Phasendifferenz bekommen, die für $T = T_0$ $(\pi/2)$ beträgt — wobei die ganze Schwingung gleich 2π gesetzt ist — und für $T < T_0$ allmählich bis zu π zunimmt (vgl. hierzu Fig. 7 und 8).

d) Messung der Amplitude als Funktion der Feldstärke.

Sodann wurde die *Höhe* des Resonanzmaximums für einen Tropfen als Funktion der Funkenlänge untersucht. Dies geschah in der Weise, daß für vier verschiedene Funkenlängen — 0,25 mm bis 1,0 mm — an ein und demselben Tropfen Resonanzkurven aufgenommen und von jeder das Resonanzmaximum als Funktion der zugehörigen Funkenlänge oder auch der damit zusammenhängenden Entladungsspannung aufgetragen wurde. Zu diesem Zweck war vorher vermittels eines Braunschen Elektrometers die Entladungsspannung als Funktion der Länge der Funkenstrecke aufgenommen worden. Wie aus Fig. 10 hervorgeht, zeigt sich mit zunehmender Funkenlänge oder Entladungsspannung ein sehr starkes Anwachsen des Resonanzmaximums, und zwar nimmt für Entladungsspannungen bis etwa 3000 Volt das Maximum *quadratisch* mit dieser Spannung zu; für größere Werte wird der Anstieg sehr viel *steiler*. Oberhalb 4500 bis 5000 Volt, entsprechend einer Funkenlänge von über 1 mm, werden die Tropfen, deren Radien ca. 2,5 bis 3,5 mm betrugen, instabil und zersprühen. Die Stabilität der Tropfen ist wesentlich abhängig von ihrer Größe. Je *kleiner* der Tropfen ist, desto *stabiler* ist er, desto höhere Entladungsspannungen hält er aus. Dies steht mit den oben (p. 12) angegebenen Berechnungen über die Deformation von Tropfen im statischen Feld in Einklang. Danach wird die Exzentrizität des entstehenden Ellipsoids bei gleicher Feld-

stärke um so größer, je größer der Radius des Tropfens ist. Das zunächst quadratische Anwachsen der Amplitude steht mit den dort angegebenen Berechnungen in Übereinstimmung.



Resonanzamplitude als Funktion
a) der Funkenlänge l b) der Entladungsspannung V.

Fig. 10.

Daß für höhere Feldstärken der Anstieg steiler wird, hat seinen Grund darin, daß für diesen Fall die Schwingungsform kein Ellipsoid mehr ist, sondern, wie auch die Beobachtungen von

Jaeger (l. c.) zeigen, eine an beiden Enden zugespitzte Form entsteht, die in der Mitte anfängt, sich einzuschnüren. An diesen konkaven Stellen ist nun die Oberflächenspannung (das Direktionsmoment) kleiner als an den vorher konvexen, so daß infolgedessen die gleiche Feldstärke größere Dilatation hervorruft. Dazu kommt noch weiterhin, daß die durch Influenz auf der Tropfenoberfläche entstehende Ladung, die direkt proportional mit E ist, eine *scheinbare Verkleinerung der Oberflächenspannung* zur Folge haben muß, wie weiter unten (p. 43) auseinandergesetzt werden soll. Diese Verkleinerung mit zunehmender Feldstärke ergab sich auch experimentell aus diesen Messungen in folgender Weise. Es wurde für die verschiedenen mit je dem gleichen Tropfen bei verschiedener Funkenlänge l aufgenommenen Schwingungskurven die Schwingungsdauer bei Resonanz — abgesehen von dem unwesentlichen Einfluß der Dämpfung also die Eigenschwingung des Tropfens — vermittels der Zeitmarken festgestellt und aus dieser, sowie der ebenfalls gemessenen Tropfengröße nach der Webbschen Formel die Oberflächenspannung α berechnet. Wie die nachstehenden Tabellen, die durch Beobachtung an vier verschiedenen Tropfen erhalten wurden, zeigen, nimmt diese mit zunehmender Funkenlänge l ab.

l	I	II	III	IV
0,25 mm	7,57 erg/cm²	7,11 erg/cm²	6,89 erg/cm²	8,65 erg/cm²
0,50 „	8,33 „	6,49 „	5,65 „	7,25 „
0,75 „	6,33 „	5,17 „	3,60 „	6,36 „
1,00 „	4,96 „	—	—	4,36 „

Die hierdurch hereingebrachte Unsicherheit in den Werten macht eine Messung von α ungenau.

Man wird davon frei, wenn man die Schwingungen nach einer Methode anregt, die *ohne* elektrische Felder auskommt. Von diesen Versuchen wird später (p. 37 ff.) die Rede sein.

e) Dämpfungsmessung.

Die *Dämpfung* der freien Tropfenschwingungen wurde in nachstehender Weise bestimmt: Das elektrische Feld wurde nur für einen kurzen Augenblick an die Platten angelegt. Dadurch

wurde die Eigenschwingung des Tropfens angestoßen und klang nun ihrer Dämpfung entsprechend ab. Bezeichnen wir mit A_1 die erste Amplitude nach Abschalten des Feldes, mit A_2 die folgende, so gilt $k = A_1/A_2$. Ferner ist $k = e^{\mathfrak{d}}$. Als Mittelwert aus 19 unter sich gut übereinstimmenden Beobachtungen ergab sich für k der Wert 1,82 oder $\mathfrak{d} = 0{,}60$, d. h. nach $1/\mathfrak{d} = 1{,}6$ Schwingungen ist die Amplitude bereits auf $1/e$ ihres ursprünglichen Wertes gesunken. Wir haben es hier demnach mit recht beträchtlichen Dämpfungen zu tun.

Das Verhalten zweier gleichzeitig zum Schwingen angeregter Tropfen.

Es mögen sich zwei Tropfen von zunächst nahezu gleicher Größe nebeneinander (vgl. Fig. 11a) befinden in dem Augenblick, wo die Platten P mit der Influenzmaschine verbunden werden.

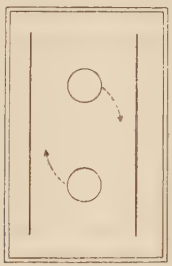


Fig. 11a.

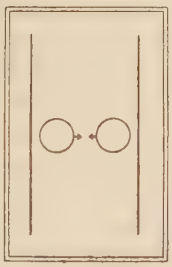


Fig. 11b.

Dann gerieten sie natürlich beide in Schwingungen und führten eine Drehung, wie die Pfeile angeben, umeinander aus, bis sie in die Stellung Fig. 11b kamen. Hatten sie diese gegenseitige Stellung erreicht, so zogen sie einander an und flossen meistens zusammen. Zuweilen jedoch, besonders wenn der eine Tropfen sehr klein im Vergleich zum andern war, näherten sie sich bis zur Berührung, stießen sich dann aber wieder sehr heftig ab, worauf sich das gleiche Spiel zuweilen mehrmals wiederholte, bis sie schließlich sich vereinigten. Bei der Berührung findet somit ein Austausch der beiderseitigen Influenzladung statt, ohne daß damit ein Zusammenfließen der Tropfen eintritt. Die gleiche Beobachtung ist im Jahre 1885 von Elster und

Geitel[1]) gemacht worden. Wir werden später nochmals auf diese Beobachtung zurückkommen.

Untersuchung der Oberschwingungen.

Alle bisherigen Untersuchungen bezogen sich auf die *Grund*schwingung des Tropfens, für welche der Parameter n in der Webbschen Formel den Wert 2 hatte. Im folgenden werden die Untersuchungen auf die *Ober*schwingungen ausgedehnt werden. Hierzu mußte die Verteilung des elektrischen Feldes den Symmetrieverhältnissen der Schwingungsformen angepaßt werden. Die bisherige Anordnung, bei der die Kraftlinien parallel der Rotationsachse des Ellipsoids verliefen, war zur Erregung der Oberschwingungen nicht geeignet. Die Oberschwingungen, bei denen n eine ungerade Zahl ist, sind deshalb nicht auf diese Weise darzustellen, weil beim Vorhandensein des Feldes gleichzeitig auf *beide* Endpunkte der Rotationsachse der Schwingungsfigur Kräfte ausgeübt werden, welche diese Punkte nach außen zu ziehen, also die Achse zu *verlängern* bestrebt sind. Nach einer halben Schwingungsperiode, wenn das elektrische Feld nachgelassen hat, d. h. der Funke übergegangen ist, müßte infolge des Fehlens dieser dilatierenden Kraft die Achse sich wieder *verkleinern*. (Für $n = 2$ haben wir deshalb ein verlängertes und nach einer halben Periode infolge der Schwingung über die Gleichgewichtslage hinaus ein abgeplattetes Rotationsellipsoid.) Bei den *ungeraden* Oberschwingungen nun sind die *Schwingungsformen*, die um eine halbe Periode voneinander abstehen, einander spiegelbildlich *gleich* (die Spiegelungsebene ist eine zur Rotationsachse senkrechte Ebene), somit muß die Länge der Rotationsachse nach einer halben Periode wieder den gleichen Wert annehmen. Das Entstehen der geradzahligen Oberschwingungen ist wohl theoretisch denkbar, doch wird dabei die Grundschwingung stets mit auftreten. Es mußte also die Feldverteilung so getroffen werden, daß die elektrischen Kräfte vorwiegend nur an einem Punkte angriffen, d. h. daß die Kraftlinien von einem Punkt aus divergierten. Dies geschah in der Weise, daß der eine Pol der Influenzmaschine mit einem dünnen Draht verbunden war, der von obenher in die Flüssigkeit eintauchte. Der andere (geerdete) Pol wurde mit einer Metallplatte verbunden, auf die

1) J. Elster u. H. Geitel, Ann. d. Phys. 25. p. 129—130. 1885.

das Gefäß mit der Flüssigkeit gestellt wurde. Es erwies sich als zweckmäßig, den Draht noch mit einer unten zugeschmolzenen und mit einer kleinen Glaskugel (ca. 1 mm Durchmesser) versehenen Kapillare zu umgeben. An diese kleine Glaskugel wurde der Tropfen gehängt. Um genügende Benetzung der Kugel durch den Tropfen zu erzielen, wurde die Kugel vorher in eine Lösung von $K_2Cr_2O_7$ in H_2SO_4 getaucht und abgespült. Auf diese Weise wurde erreicht, daß im wesentlichen nur die Teile des Tropfens, die sich in der Nähe der Drahtspitze befanden, eine Kraft in Richtung nach der Drahtspitze hin erfuhren, da bekanntlich ein Körper mit größerer Dielektr.-Konstante als die Umgebung unter dem Einfluß eines inhomogenen Feldes nach Stellen größter Feldstärke getrieben wird. Infolge der Trägheit des Tropfens wurde nun nicht dieser als *Ganzes* nach der Spitze hin bewegt, sondern es bildete sich nur eine *Verlängerung* des Tropfens nach der *Spitze hin* aus. Beim Verschwinden des Feldes ging infolge der Oberflächenspannung diese Verlängerung zurück, um in Schwingungen die Gleichgewichtslage — die Kugel — wieder zu erreichen. War nun zwischen der Funkenfolge und einer der möglichen Oberschwingungen Resonanz vorhanden, so wurde eben diese Oberschwingung angeregt. Durch Verändern der Funkenfolge konnte so bequem nacheinander die ganze Reihe der Oberschwingungen erzeugt werden. Da bei der kurzen Schwingungsdauer der Oberschwingungen eine direkte Beobachtung der Schwingungsformen bei der benutzten Tropfengröße nicht möglich war, wurde zur Beobachtung eine stroboskopische Methode folgender Art angewandt. Mit Hilfe eines von einem Motor angetriebenen rotierenden Spiegels konnte der Tropfen von einer Lichtquelle her beleuchtet werden. Die Verwendung des Funkens selbst als Lichtquelle hätte stets nur eine bestimmte Phase ergeben. Die Umdrehungszahl des Spiegels wurde nun möglichst genau der Frequenz der Tropfenschwingung gleich gemacht. Dann erschien die betreffende Schwingungsphase und -form feststehend oder aber die Phase änderte sich langsam bei nicht völlig genauem Synchronismus. Auf diese Weise gelang es auch, photographische Aufnahmen des Tropfens in seinen verschiedenen Schwingungsformen und -phasen herzustellen. Auf den beigegebenen Abzügen sind die verschiedenen Oberschwingungen in den verschiedenen Phasen sehr gut zu erkennen. Abb. 1

und 2[1]) zeigt die beiden um eine halbe Periode voneinander abstehenden Schwingungsformen für $n = 3$, Abb. 3 bis 8 dasselbe für $n = 4$ bis 7. Abb. 9 zeigt eine Phase der Schwingung $n = 10$. Die räumliche Gestalt des Tropfens entsteht aus diesen Abbildungen, indem man diese um die vertikale Achse rotieren läßt. An einigen der Abbildungen, z. B. an Abb. 2, 3, 8 sieht man, daß der Tropfen unter Einwirkung des Feldes zuweilen ziemlich weit von dem Glasstift abgestoßen wird unter Beibehaltung seiner Schwingung.

Auf den Abbildungen erkennt man sehr gut, daß stets nur eine einzelne Oberschwingung auftritt; eine Übereinanderlagerung mehrerer Schwingungen tritt nicht ein, wie dies z. B. die Abbildungen in der zitierten Lenardschen Arbeit zeigen.

Da es von Interesse war, das Verhältnis der Schwingungsdauern verschiedener Oberschwingungen des gleichen Tropfens zueinander zu untersuchen und mit den aus der Webbschen Formel durch Einsetzen der verschiedenen Werte von n zu berechnenden Zahlen zu vergleichen, wurde an dem Spiegel ein Umlaufszähler angebracht, mit dessen Hilfe bei Synchronismus zwischen Spiegel und einer beliebigen Tropfenschwingung die Frequenz der letzteren gemessen und mit andern verglichen werden konnte. Absolute Messungen wurden nicht angestellt. Hierzu wäre es erforderlich gewesen, außerdem noch die Tropfengröße, sowie die Grenzflächenspannung zu kennen. Die nachstehende Tabelle zeigt für sehr verschiedene Tropfengröße — diese variierte zwischen etwa 2,8 bis 4,4 mm Radius — eine gute Bestätigung der Webbschen Formel. In der ersten Spalte der Tabelle steht der betreffende Wert für n, für den die Messung gemacht wurde. Die zweite Spalte, mit T_n/T_5 bezeichnet, gibt auf der linken Seite das Verhältnis der Schwingungsdauer der betreffenden Schwingung zur Schwingung $n = 5$, die wegen ihrer meistens guten Bestimmbarkeit als Normalschwingung eingeführt wurde, wie es nach der Webbschen Formel sich berechnen läßt, indem man für n einmal den betreffenden Wert, sodann 5 einsetzt und die beiden Werte von T durch einander dividiert. Auf der rechten Seite der Spalte steht der Mittelwert aus etwa je 8 Beobachtungen an verschiedenen Tropfen für das gleiche Verhältnis.

1) Abbildungen auf Tafel I und II.

n	$T_n : T_5$ berechnet	beobachtet	n	$T_n : T_5$ berechnet	beobachtet
2	3,99	4,03	6	0,771	0,743
3	2,13	2,07	7	0,617	0,624
4	1,38	1,39	8	0,509	0,549
5	1,00	1,00			

Die Tabelle zeigt, daß innerhalb der Fehlergrenzen — die genaue Messung der Schwingungsdauer gestaltete sich wegen der erforderlichen Regulierung von Hand ziemlich schwierig — die Webbsche Formel sich völlig bestätigt.

III. Untersuchung der Schwingungen mittels mechanischer Anregung.

Um die Schwingungsvorgänge frei von den störenden Einflüssen elektrostatischer Aufladung der Tropfen usw. beobachten und untersuchen zu können, wurde im folgenden eine *mechanische* Anregung der Schwingungen angewandt. Die Anordnung war folgende (Fig. 12):

Ein Glasrohr G wurde unten durch eine übergezogene sehr dünne Gummimembran M, die seitlich an dem Glasrohr hochgezogen und dort durch darüber gewickeltes Isolierband befestigt war, verschlossen. An diese Membran wurde ein Stift S aus Glas, an den oben und unten je eine kleine Glaskugel angeschmolzen war, mit Gummilösung angeklebt. Das oben offene Ende des Rohres G führte zu einer kleinen Druckluftpumpe, die durch einen auf der Achse eines Motors sitzenden Exzenter betätigt wurde. Die Druckstöße dieser Pumpe wurden so mit Hilfe der Membran auf den Glasstift S übertragen und setzten diesen in auf- und abgehende Bewegung. Um seitliche Schwingungen des Stiftes zu vermeiden, erhielt der Stift eine Führung durch einen an G befestigten Draht D in der ersichtlichen Weise.

Fig. 12.

Die untere Glaskugel wurde nun in den Tropfen eingetaucht. Es mußte darauf geachtet werden, daß die Kugel von dem Tropfen gut benetzt wurde, während der Stift möglichst wenig

benetzt werden sollte. Falls die erste Bedingung nicht erfüllt war, riß der Tropfen bei der Auf- und Abbewegung des Stiftes, die ca. 1 mm betrug, leicht ab; benetzte dagegen der Stift, so bewegte er sich in dem Tropfen auf und ab, ohne diesen merklich in Schwingungen zu versetzen. Wurde nun der Motor in Bewegung versetzt, so bewegte sich der Stift auf und ab, wobei er bei sehr langsamer Bewegung den ganzen Tropfen mit in Bewegung versetzte. Bei schnellerer Folge der Druckstöße blieb der Tropfen als Ganzes in Ruhe; dafür setzten dann die Schwingungen ein, und zwar jedesmal die durch *Resonanz* angeregte, in gleicher Weise wie oben bei der elektrischen Anregung beschrieben.

Zur Beobachtung der Schwingungen diente ein auf der Achse des die Pumpe betätigenden Motors sitzender rotierender doppelseitiger Spiegel, der jeweils in einer bestimmten Phase der Umdrehung das Licht einer Nernstlampe auf den Tropfen fallen ließ. Das durch ein photographisches Objektiv erhaltene Bild des Tropfens wurde auf die Mattscheibe einer Kamera geworfen und konnte dort bequem beobachtet, sowie photographiert werden. Durch diese Anordnung war ein völlig zwangsweise bestehender Synchronismus zwischen Beleuchtung und Anregung der Schwingungen erreicht. Durch Verstellen des Exzenters gegen den Spiegel konnte beliebig jede Schwingungsphase der Beobachtung zugänglich gemacht werden. Zur Bestimmung der Schwingungsdauer konnte ein Umdrehungszähler auf der Achse des gleichen Motors befestigt werden. Durch Benutzung der beiden Spiegelseiten ließen sich so je zwei um 180^0 gegeneinander stehende Schwingungsphasen beobachten. Auf diese Weise sind die Abbildungen 10, 11, 12 für $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ hergestellt.

Mit Hilfe zweier Pumpen (vgl. p. 47) sind die Abb. 13 bis 17 hergestellt, und zwar ist die Phase der jeweils zusammengehörigen Tropfenschwingungen eine entgegengesetzte, so daß die Figuren beide Amplituden einer bestimmten Schwingung zeigen. Man kann sich so leicht ein Bild von der wirklichen Tropfenform machen.

In gleicher Weise wie oben wurde auch hier wieder eine Bestätigung der Webbschen Formel zu erlangen gesucht. Die Resultate zeigen ebenfalls gute Übereinstimmung mit der Formel. Die nachstehende Tabelle enthält die Mittelwerte

aus ca. 12 Beobachtungen an Tropfen verschiedener Größe. Die Tropfen waren im allgemeinen kleiner als diejenigen, die für die entsprechenden Messungen bei elektrischer Anregung verwendet wurden.

n	$T_n : T_5$		n	$T_n : T_5$	
	berechnet	beobachtet		berechnet	beobachtet
2	3,99	3,78	6	0,771	0,759
3	2,13	2,22	7	0,617	0,600
4	1,38	1,37	8	0,509	0,470
5	1,00	1,00			

Die Abweichungen der Mittelwerte von den nach der Webbschen Formel verlangten ist etwa ebenso groß wie bei der elektrischen Anregung (vgl. p. 37).

Die Mittelwerte aus den beiden Reihen ergeben — mit Ausnahme des Wertes für $n = 6$ — eine fast völlige Übereinstimmung mit den theoretischen Werten.

Untersuchung über den Phasensprung im Resonanzpunkt.

Schon die Untersuchung an den elektrisch zum Schwingen gebrachten Tropfen (vgl. p. 29ff.) hatte gezeigt, daß bei der Schwingung $n = 2$ die Phase zwischen dem anregenden elektrischen Wechselfeld und der Schwingung eine Änderung um 180^0 erfährt, wenn man von $\alpha = 0$ nach $\alpha = \infty$ übergeht, ein Ergebnis, das die Theorie der erzwungenen Schwingung voraussagt. Die gleiche Erscheinung ließ sich auch hier, und zwar bei den verschiedenen Oberschwingungen, feststellen.

Es sei in der Fig. 13 T_0 die Eigenschwingungsdauer des Tropfens, T die Schwingungsdauer der anregenden Schwingung und φ sei der Phasenwinkel zwischen der erzwungenen Tropfenschwingung und der anregenden Kraft. Die Kurven stellen die Abhängigkeit der Phase φ von $\alpha = T_0/T$ dar. Ihre Form ist wesentlich abhängig von der Dämpfung der erzwungenen Schwingung; je geringer diese ist, desto steiler verlaufen sie in der Nähe des Resonanzpunktes, d. h. für $\alpha = 1$. Sie haben jedoch alle für $\alpha = 1$ als Ordinate den Wert $\pi/2$; d. h. im Resonanzfall besteht für beliebige Werte der Dämpfung eine Phasenverschiebung um eine Viertelschwingung.

Wir nehmen nun an, es sei der Exzenter gegen den Spiegel so eingestellt, daß bei einem bestimmten Wert von a oder von T eine *bestimmte Schwingungsphase* des Tropfens, etwa die Amplitude der einen Halbperiode beobachtet werde. Nun möge durch Änderung der Umlaufsgeschwindigkeit des Motors T in T' und damit a in a' geändert werden. Nach der Figur bewirkt dies gleichzeitig eine Änderung von φ in φ'. φ stellt dabei die Phase zwischen der auf- und abwärtsgehenden Bewegung des Glasstiftes und der Tropfenschwingung dar. Die Folge davon

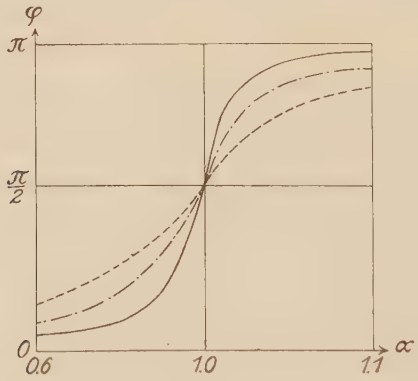


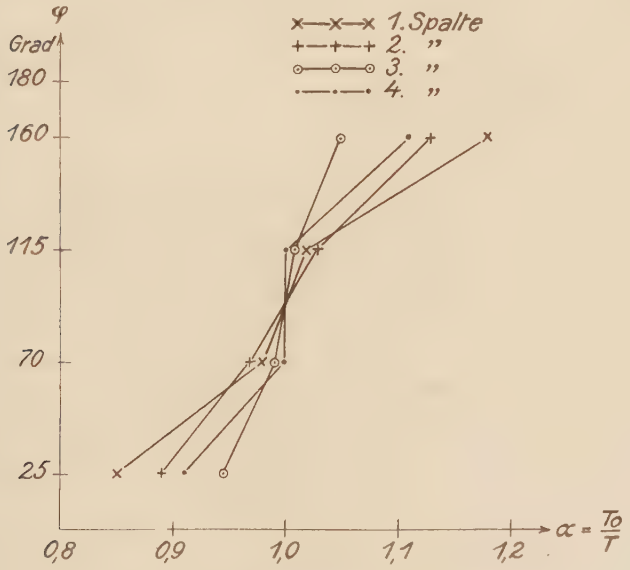
Fig. 13.

wird sein, daß der Spiegel, dessen Phase ψ gegen die Bewegung des Glasstiftes *unverändert* bleibt, das Licht der Lampe zu einer Zeit auf den Tropfen fallen läßt, die um $\varphi - \varphi'$ *vor oder nach* der ursprünglich beobachteten Schwingungsphase liegt, je nachdem a vergrößert oder verkleinert wurde. Auf der Mattscheibe erscheint somit diese *neue* Schwingungsphase. Um wieder die *ursprüngliche* Phase der Schwingung ins Gesichtsfeld zu bekommen, muß ich die Phase ψ zwischen Bewegung des Stiftes und Stellung des Spiegels um den entgegengesetzt gleichen Betrag φ' verstellen. Dann ist die Summe $\varphi + \psi$, die als Phase zwischen Spiegelstellung und Tropfenschwingung angesehen werden muß, ungeändert geblieben, und es erscheint wieder die ursprüngliche Phase auf der Mattscheibe.

Die Beobachtung geht nun in folgender Weise vor sich: Bei einer bestimmten Stellung ψ von Spiegel und Exzenter beobachte ich eine bestimmte Schwingungsphase. Hierzu ge-

hört der Wert T_1. Nun verstelle ich ψ um $\psi' = -\varphi$ und reguliere die Umlaufsgeschwindigkeit des Motors, bis wieder die gleiche Phase sichtbar wird. Ich finde einen zugehörigen Wert T_2. Dies wird für die verschiedenen Werte von ψ' wiederholt. Die nachstehende Tabelle zeigt vier solche an verschiedenen Tropfen unter Verwendung verschiedener Oberschwingungen gewonnenen Versuchsreihen.

$\psi + \psi'$ = $\psi - \varphi$	φ	T sec $n = 1$	T sec $n = 4$	T sec $n = 5$	T sec $n = 6$
225	25	0,059	0,085	0,080	0,068
180	70	0,051	0,078	0,076	0,062
135	115	0,049	0,073	0,075	0,062
90	160	0,043	0,066	0,072	0,056



Phasenkurven.

Fig. 14.

Der wahre Wert von ψ ist bisher völlig willkürlich gelassen. Er ergibt sich jedoch aus der Überlegung, daß die Phasenkurven am steilsten verlaufen müssen für $\varphi = 90^0$. Hier ist nun

$\psi + \psi' = \psi - \varphi = 160^0$, woraus folgt $\psi = 250^0$. Durch Subtraktion der für $\psi - \varphi$ angegebenen Werte von 250^0 ergeben sich somit die zu den einzelnen Werten von T, bzw. α gehörigen Werte von φ.

Fig. 14 zeigt deutlich den theoretischen Verlauf solcher Phasenkurven. Vgl. dazu die auf p. 29 und 30 besprochenen Phasenkurven, die auf andere Weise aufgenommen sind.

Da sie ziemlich flach verlaufen, so ergibt sich aus ihnen im Einklang mit den direkten Dämpfungsmessungen eine recht starke Dämpfung.

Anwendung auf Messung der Oberflächenspannung.

Die Aufnahme der eben besprochenen Kurven führt nun auch dazu, diejenige Exzenterstellung zu finden, bei der eine bestimmte Schwingungsphase, und zwar die bisher benutzte Amplitude der einen Halbperiode *genau im Resonanzpunkt*, wo $\alpha = 1$ ist, im Spiegel beobachtet wird. Dies ist der Fall für $\varphi = 90^0$ oder für $\psi - \varphi = \psi + \psi' = 160^0$. Diese Feststellung erlaubte es, genauere Messungen der *Oberflächenspannung* vorzunehmen, als dies bisher möglich war, da jetzt $T = T_0$ war.

Dies geschah in der Weise, daß ein Tropfen, dessen Größe durch Wägung oder Ausmessen in einem kalibrierten Rohr bestimmt war, zum Schwingen angeregt und dann auf die bestimmte Schwingungs*form* eingestellt wurde, d. h. daß bei der eben festgesetzten Exzenterstellung die Frequenz so eingestellt wurde, daß diejenige Schwingungsform möglichst scharf hervortrat, welche vorher zur Untersuchung des Phasensprungs benutzt war. Die Messung der Schwingungsdauer geschah mit einem Umdrehungszähler. Die Werte der Oberflächenspannung ergaben sich, wie nachstehende Tabelle zeigt, wesentlich *größer*, aber auch *konstanter* als bei der *elektrischen* Anregung. Der Grund für die früher erhaltenen kleineren Werte ist darin zu suchen, daß die *elektrische* Aufladung der Tropfen die Oberflächenspannung beeinflußt. Daß dieser Einfluß in einer *Verkleinerung* der Oberflächenspannung besteht, ist einleuchtend; denn die einzelnen Oberflächenelemente eines geladenen Körpers suchen sich infolge der gleichnamigen Ladung möglichst voneinander zu entfernen, d. h. der Körper strebt danach, seine Oberfläche zu *vergrößern*.

Auf jedes Oberflächenelement eines geladenen Körpers wirkt ein Zug von der Größe $2\pi\sigma^2$, wo σ die Dichte der freien Ladung in eben diesem Oberflächenelement ist. Die Oberflächenspannung dagegen sucht die Oberfläche möglichst klein zu machen. Wenn nun gleichzeitig beide Einflüsse an dem Tropfen wirksam sind, so erscheint die Oberflächenspannung *verkleinert* um das Integral dieses Zuges, erstreckt über die Oberfläche des ganzen Körpers. Daß die damals beobachteten Werte so wesentlich voneinander abweichen, liegt daran, daß die Aufladung je nach der Funkenlänge (die ein Maß für die Feldstärke war) bei den einzelnen Beobachtungen verschieden groß war.

n	R cm	α $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$	n	R cm	α $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$
2	0,649	12,6	3	0,479	11,6
3	0,649	11,5	4	0,479	10,2
3	0,649	10,4	5	0,479	10,3
4	0,649	12,0	5	0,479	10,3
4	0,649	9,5	6	0,479	10,2
4	0,649	10,5	6	0,479	10,4
5	0,649	12,4	7	0,479	9,5
5	0,649	10,4			
5	0,649	11,0			
6	0,649	11,0			
6	0,649	11,0			
7	0,649	9,9			

Mittelwert = 11,2 $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$ Mittelwert = 10,4 $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$

Die eben besprochene Methode kann natürlich zur Messung der Grenzflächenspannung zwischen *beliebigen* Flüssigkeiten *gleicher Dichte*, sofern sie nicht mischbar sind, dienen. Gerade in der Verwendbarkeit für Flüssigkeiten *gleicher* Dichte liegt ihre Bedeutung, da sämtliche andern Methoden — Ausmessung der Form liegender, bzw. schwimmender Tropfen, Größe der Tropfen der einen Flüssigkeit, die in die andere ausfließen — versagen, wenn beide Flüssigkeiten gleiche Dichte haben. Eine weitere noch mögliche Methode ist die Messung des Innendrucks in dem schwebenden Tropfen, die ähnlich bereits bei Seifenblasen angewandt wird. Beide Methoden scheinen bisher noch nicht benutzt zu sein.

Untersuchung der Einwirkung eines schwingenden Tropfens auf einen in Ruhe befindlichen.

Um zu untersuchen, welche Einwirkung ein schwingender Tropfen auf einen in seiner Nähe schwebenden haben würde, wurde ein an einem Stativ befestigter Glasstift ähnlicher Form wie der an der Membran angeklebte in die Flüssigkeit eingetaucht und an diesen ein zweiter Tropfen gehängt. Es zeigte sich dann, wie zu erwarten war, daß die durch die Schwingungen des ersten Tropfens hervorgerufenen Strömungen in der umgebenden Flüssigkeit auch diesen zweiten in Schwingungen versetzten, falls sie sich genügend nahe beieinander befanden. Welche Oberschwingung der ruhende Tropfen ausführte, das hing lediglich von seiner *Größe*, nicht von der Schwingungs*form* des ersten Tropfens ab. Waren beide Tropfen von gleicher Größe, so führten sie natürlich die gleichen Schwingungen aus. Die Amplitude des indirekt angeregten Tropfens war viel geringer als die des ersten Tropfens. Waren die Tropfengrößen jedoch so gewählt, daß bei gleicher Schwingungsdauer die Tropfen Schwingungen mit verschiedenem n ausführten, so entstand auch jene Oberschwingung des zweiten Tropfens, wenn die entsprechende Schwingung des ersten Tropfens angeregt wurde. Der Phasenunterschied, den die beiden Schwingungen gegen einander haben, beträgt in allen Fällen eine halbe Schwingung, d. h. 180°. Sehr deutlich geht dies aus Abb. 18 und 19 hervor. Abb. 18 ist aufgenommen unter Benutzung nur der einen Spiegelseite, Abb. 19 unter Benutzung nur der andern. Der rechte Tropfen ist in beiden Fällen der unmittelbar zum Schwingen angeregte ($n = 2$). Man erkennt deutlich, daß dem *abgeplatteten* Tropfen auf Abb. 18 rechts ein *verlängerter* Tropfen links entspricht. Auf Abb. 19 liegen die Verhältnisse gerade umgekehrt. Die beiden Aufnahmen sind möglichst bald hintereinander an den gleichen Tropfen gemacht.

Über die gegenseitige Beeinflussung zweier gleichzeitig zum Schwingen angeregten Tropfen sollen weiter unten beschriebene Versuche Aufschluß geben.

Noch eine weitere hierher gehörige Beobachtung möge erwähnt werden. Es zeigten sich nämlich sehr merkliche Einwirkungen der Schwingungen auf Tröpfchen, die sich in der Nähe der schwingenden Tropfen befanden und die im Vergleich

zu diesen sehr klein waren. Diese wurden zunächst von den Strömungen der äußeren Flüssigkeit mit hin und her bewegt. Nach einiger Zeit aber begaben sie sich nach den *Knotenlinien* der Schwingungen, d. h. nach denjenigen Stellen, wo die Flüssigkeit in Ruhe war. Sie wanderten also, wie in Fig. 15 durch den Pfeil angedeutet, von der Stellung 1 nach der Stellung 2, wo sie dann ruhig liegen blieben.

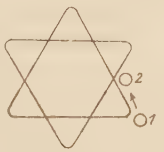


Fig. 15.

Versuche über die gegenseitige Beeinflussung zweier schwingenden Tropfen.

Die Möglichkeit, mit der gefundenen und vorstehend beschriebenen Methode auf mechanischem Wege Schwingungen von Tropfen zu erregen, legte den Gedanken nahe, die schönen Untersuchungen von Bjerknes [1]) über die zwischen pulsierenden oder oszillierenden Kugeln auftretenden Kräfte auf den hier vorliegenden Fall auszudehnen.

Die Entstehung dieser Fernkräfte ist folgendermaßen zu erklären: Wir denken uns einen beschleunigten Flüssigkeitsstrom und in diesem einen Körper, dem wir der Einfachheit halber die Form einer Kugel geben. Infolge seiner Trägheit wird dieser Körper gegenüber dem beschleunigten Flüssigkeitsstrom zurückbleiben, oder er wird, um mit Bjerknes zu reden, einen „Auftrieb" entgegen der Richtung der Beschleunigung erfahren. Nun möge eine Kugel in einem hin- und herschwingenden Flüssigkeitsstrom betrachtet werden. In derjenigen Halbperiode, in der die Beschleunigung der einzelnen Flüssigkeitsteilchen nach der Kugel hin gerichtet ist, erfährt die Kugel einen Auftrieb in der einen Richtung; in der zweiten Halbperiode, in der die Beschleunigung die entgegengesetzte Richtung hat, ist auch der Auftrieb nach der entgegengesetzten Richtung gerichtet, und zwar in beiden Fällen entgegen der Richtung, in der die Beschleunigung positiv ist. Da nun dieser Auftrieb sich ergibt als Produkt aus Masse der Kugel mal Beschleunigung, so wird bei unveränderter Masse und gleicher Beschleunigung nach den beiden Richtungen in den beiden Halbperioden die Kugel wohl in eine hin- und hergehende Bewegung versetzt werden, ein *Überschuß* an Bewegung nach einer bestimmten Richtung wird

1) V. Bjerknes, Hydrodynamische Fernkräfte. 2 Bände 1904—1906.

jedoch nicht auftreten. Anders wird es, wenn die Masse der Kugel während der einen Halbperiode der Schwingung des Flüssigkeitsstromes stets kleiner ist, als während der andern. Dann erfährt die Kugel während der ersten Halbperiode einen Auftrieb nach der einen Seite, während der nächsten einen solchen nach der andern Seite, der jedoch *größer* ist, als der erstere, so daß ein Überschuß an Auftrieb nach der einen Seite verbleibt. Dieser bewirkt dann einen Überschuß an Bewegung in der einen Richtung, und zwar ist dieser entgegengerichtet der Beschleunigung, die der Flüssigkeitsstrom während derjenigen Halbperiode hat, in der die Kugel die größere Masse besitzt. Ebenso kommt eine fortschreitende Bewegung der Kugel zustande, wenn sie bei *unveränderter* Masse periodisch an Stellen größerer und geringerer *Intensität* des Flüssigkeitsstromes kommt, d. h. wenn sie in den beiden Richtungen verschieden großen Auftrieb erfährt, so daß in der einen Richtung ein Überschuß verbleibt. Bjerknes stellte seine Versuche in der Weise an, daß er den Flüssigkeitsstrom durch Pulsation einer Kugel — periodische Volumänderung einer mit Flüssigkeit gefüllten Gummikugel mit Hilfe einer Pumpe — erzeugte und in ihrer Nähe eine zweite von einer gleichen Pumpe synchron betätigte, ebensolche Kugel pulsieren ließ. Erfolgte die Volumänderung der beiden Kugeln gleichphasig, so bewegten sie sich aufeinander zu, d. h. nach Stellen größerer Stromintensität; war die gegenseitige Phase jedoch so, daß Vergrößerung der einen Kugel zeitlich mit Verkleinerung der andern und umgekehrt zusammenfiel, so entfernten sie sich voneinander, wie sich leicht aus den obigen Betrachtungen ableiten läßt. Entsprechende Erscheinungen traten auf, wenn zwei Kugeln von unveränderlichem Volumen in einer Flüssigkeit hin- und herbewegt werden. Betrachten wir auch hier wieder die eine Kugel als den Erreger der Flüssigkeitsströmung, in dem die zweite den oben betrachteten „Auftrieb" erfährt, so ergibt sich leicht, daß für den Fall *gleichphasiger* Bewegung der beiden Kugeln eine gegenseitige *Anziehung* eintritt, für den Fall stets *entgegengesetzter* Bewegung der Kugeln aber *Abstoßung*. Die Ursache zu den Fernkräften in diesem letzteren Falle ist darin zu suchen, daß die zweite Kugel abwechselnd an Stellen größerer und kleinerer Strömungsintensität kommt, wodurch, wie oben besprochen, ein Auftriebsüberschuß verbleibt. Noch ein dritter

Fall ist möglich, nämlich der, daß der Körper, den wir bisher als Kugel vorausgesetzt haben, sowohl seine Größe, als auch seinen Ort beibehält, dagegen seine *Form* periodisch ändert. Kommt er so in einen mit ihm synchron pulsierenden, jedoch inhomogenen Flüssigkeitsstrom, so können infolge der Formänderung abwechselnd größere und kleinere Teile des Körpers an Stellen größerer Strömungsintensität gelangen, so daß der Körper als Ganzes abwechselnd einen größeren Auftrieb nach der einen und einen kleineren nach der andern Seite erfährt. Um dies nachzuprüfen, wurden die nachstehenden Versuche angestellt. Zunächst wurde eine zweite Pumpe gleicher Art wie die oben beschriebene konstruiert und mittels eines zweiten Exzenters, der zur Erzielung des erforderlichen Synchronismus auf der gleichen Motorachse saß und gegen den ersten beliebig verstellt werden konnte, in Bewegung gesetzt. Die Druckstöße wurden dann genau wie oben beschrieben dazu benutzt, einen Tropfen zu Schwingungen anzuregen. Ebenso wurde mit Hilfe der ersten Pumpe ein anderer Tropfen zum Schwingen gebracht. Durch Anbringung eines Quetschhahnes an der Schlauchzuführung zu dem einen Tropfen war es möglich, diesen stillzustellen, ohne an der Vorrichtung, insbesondere an dem gegenseitigen Abstand der beiden Tropfen irgend etwas zu ändern. Die Beobachtung und photographische Aufnahme (Abb. 20 bis 25) geschah nun in nachstehender Weise. An beide Glasstifte wurden Tropfen von zunächst gleicher Größe angehängt, und zum Schwingen gebracht mit einer bestimmten Schwingungsform, beispielsweise mit $n = 2$. Die gegenseitige Phase der beiden Schwingungen konnte beliebig eingestellt werden. Wir nehmen zunächst einmal an, die Schwingungen seien gleichphasig (Abb. 20). Dann wurde zunächst bei halbgeöffnetem Kassettenschieber — die Grenze ist auf den Figuren gut zu sehen — eine Aufnahme mit Hilfe des Spiegels in der früher beschriebenen Weise gemacht, während der eine — auf den Figuren stets der rechte — Tropfen stillstand. Darauf wurde der Schieber ganz herausgezogen und auch die Schwingungen des rechten Tropfens durch Öffnen des Quetschhahnes in Gang gesetzt. Nachdem die durch die mehr oder weniger plötzlich einsetzenden Schwingungen eintretenden Strömungen in der Flüssigkeit abgeklungen waren, wurde nochmals auf die gleiche Platte, ohne an der Stellung des Apparates oder der Tropfen

irgend etwas zu ändern, eine Aufnahme gemacht. Man erkennt an dem linken Tropfen deutlich, wie das nunmehr *vollständige* Bild gegenüber dem vorher entstandenen *halbverdeckten* verschoben ist, und zwar in Abb. 20, 22, 24 gegen den rechten Tropfen hin, in Abb. 21, 23, 25 von dem rechten Tropfen weg. In den ersten drei Fällen hat demnach die Schwingung des rechten Tropfens eine *Anziehung*, in den drei letzten eine *Abstoßung* bewirkt. Die ersten drei Aufnahmen zeigen Gleichphasigkeit in der Schwingung, die letzten drei eine gegenseitige Phasenverschiebung um eine halbe Schwingung. In Abb. 20 bis 23 sind gleich große Tropfen verwandt, die zu den Schwingungen $n = 2$ bzw. $n = 3$ angeregt wurden; in Abb. 24 und 25 dagegen sind die Tropfengrößen so gewählt, daß der eine die Schwingung $n = 2$ und der andere die Schwingung $n = 3$ ausführte. In allen diesen Fällen — beobachtet wurden auch noch die Fälle $n = 2$ und $n = 4$, ferner noch $n = 2$ und $n = 5$ — zeigt sich das mit den Überlegungen und den Bjerknesschen Versuchen völlig übereinstimmende Ergebnis:

In *gleicher* Phase schwingende Tropfen *ziehen* sich *an*; in *entgegengesetzter* Phase schwingende Tropfen *stoßen* sich *ab*.

Daß die beobachteten Verschiebungen nicht groß sind, liegt daran, daß der Überschuß an Auftrieb in der einen Richtung infolge der verhältnismäßig nur kleinen Formänderung der Tropfen sowie der geringen Inhomogenität der Strömung nicht groß werden kann. Bjerknes hat diesen dritten möglichen Fall der Entstehung hydrodynamischer Fernkräfte nicht verfolgt, er gibt nur[1]) eine Figur, aus der für den Fall der Schwingung $n = 2$ die Verteilung der äußeren Flüssigkeitsströmung hervorgeht.

Die Resultate der vorstehenden Untersuchungen geben ein Mittel an die Hand, für die schon in der Einleitung (p. 7) erwähnte Beobachtung von Laine, daß nämlich die Gestalt und das Aussehen eines Regenbogens unter dem Einfluß des Donners sich in einem von ihm näher beschriebenen Falle sehr lebhaft verändert habe, eine Erklärungsmöglichkeit zu finden. Laine weist in der zitierten Arbeit nach, daß die beobachteten Veränderungen im Aussehen des Bogens nur durch eine infolge des Donners erfolgte Vergrößerung der einzelnen Regentropfen

1) V. Bjerknes, l. c. **1.** p. 91.

zu erklären sind. Man muß also annehmen, daß die Schallwellen die Tropfen in Schwingungen versetzt haben, die — wenigstens für zwei einander nahe befindliche Tropfen — als nahezu gleichphasig anzusehen sind. Diese Schwingungen bewirken nach dem Obigen eine gegenseitige Anziehung, die unter Umständen zum Zusammenfließen der Tropfen führen kann.

IV. Ausdehnung der Versuche auf kleine Tröpfchen (Emulsionen).

Die an großen Tropfen gewonnenen Resultate sollten weiterhin noch auf kleine Tröpfchen (Größe ca. 10^{-3} cm Durchmesser) ausgedehnt werden.

Es war zu erwarten, daß derartig kleine Tropfen durch entsprechend schnelle Wechselfelder ebenso zu Schwingungen angeregt werden würden.

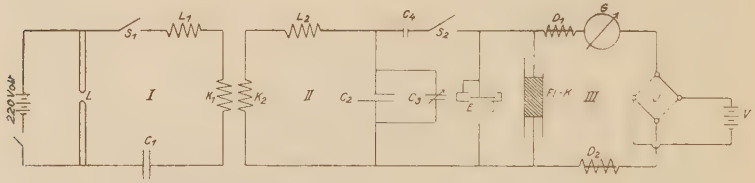
Nach Angaben von Kämtz u. a.[1]) haben die Nebeltröpfchen einen mittleren Radius von etwa 1/1000 cm. Unter Annahme eines Wertes der Oberflächenspannung von Wasser gegen Luft von etwa 75 erg/cm^2 ergibt sich damit für die Schwingung $n = 2$ die Schwingungsdauer zu etwa $8/10^6$ Sekunden. Ein elektrisches Wechselfeld, welches durch Resonanz, wie oben beschrieben, diese Schwingung anregen könnte, müßte also eine Frequenz von 125 000/sec haben. Dieser elektrischen Schwingung entspricht eine Wellenlänge in Luft von $\lambda = 2400$ m.

Der Plan der weiteren Untersuchung dieser Dinge war folgender: Zwischen die beiden Platten eines kleinen Kondensators sollte eine Emulsion von kleinen Tröpfchen in einer andern Flüssigkeit gebracht werden. Hierzu eignete sich gut eine durch heftiges Durchschütteln gebildete Emulsion von Wassertröpfchen in dem bisher meist verwendeten Gemisch von CCl_4 und Terpentinöl. Die durchschnittliche Größe der Tröpfchen wurde durch ein Mikroskop mit Skala und bekannter Vergrößerung bestimmt. Der Durchmesser der Tröpfchen betrug im Durchschnitt der Größenordnung nach etwa 10^{-3} cm. Unter Annahme des Wertes von 10 erg/cm^2 für die Grenzflächenspannung ergibt sich so für die Schwingung $n = 2$ eine Schwingungsdauer von etwa $T = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ sec. Dementsprechend wurden die beiden Platten des kleinen Kondensators parallel

1) J. Hann, Lehrb. d. Meteorologie. 2. Aufl., p. 191.

zum Kondensator eines ungedämpften Schwingungskreises gleicher Frequenz, in dem sich zur genaueren Einstellung noch ein Drehkondensator befand, geschaltet. Zur Messung der an dem Kondensator liegenden Spannung diente ein Multizellularelektrometer nach Lord Kelvin. Es war zu erwarten, daß mit Hilfe des Mikroskops etwaige Tropfenschwingungen in der Weise beobachtbar werden würden, daß die scharfen Tropfenbilder verwaschene Grenzen bekommen würden, da die ungeheuer schnellen Schwingungen für das Auge natürlich nicht einzeln sichtbar werden konnten. Es sei gleich bemerkt, daß sich diese vermutete Erscheinung in keinem Falle beobachten ließ. Dagegen zeigten die Versuche verschiedene andere bemerkenswerte Resultate, die im folgenden besprochen werden sollen.

Die Versuchsanordnung geht aus nachstehender Zeichnung hervor (Fig. 16).



L sechsbogige Telefunkenlampe
L_1, L_2 Selbstinduktionsspulen (ca. $1 \cdot 10^{-4}$ Henry)
C_1, C_2 Leidener Flaschen (0,011 M.-F.)
K_1, K_2 Koppelungsspulen
C_4 kleine Sperrkapazität (0,0003 M.-F.)
C_3 Drehkondensator
S_1, S_2 Schalter
E Multizellularvoltmeter
Fl.-K. Flüssigkeitskondensator
D_1, D_2 Drosselspulen mit Eisenkern
G Galvanometer (1 Skalenteil = $3 \cdot 10^{-7}$ Amp.)
U Umschalter
V Batterie von verschiedener Spannung.

Fig. 16.

Der Flüssigkeitskondensator *Fl.-K.* war folgendermaßen konstruiert: Durch zwei Korke, die ein Glasrohr beiderseits verschlossen, waren zwei Drähte gesteckt, die an dem innern Ende zwei Metallplatten trugen. Zwischen diesen Platten, deren Abstand 2—3 mm betrug, zuweilen auch etwas mehr,

befand sich die durch Schütteln hergestellte Emulsion. Das Auftreten von Luftblasen zwischen den Platten wurde vermieden.

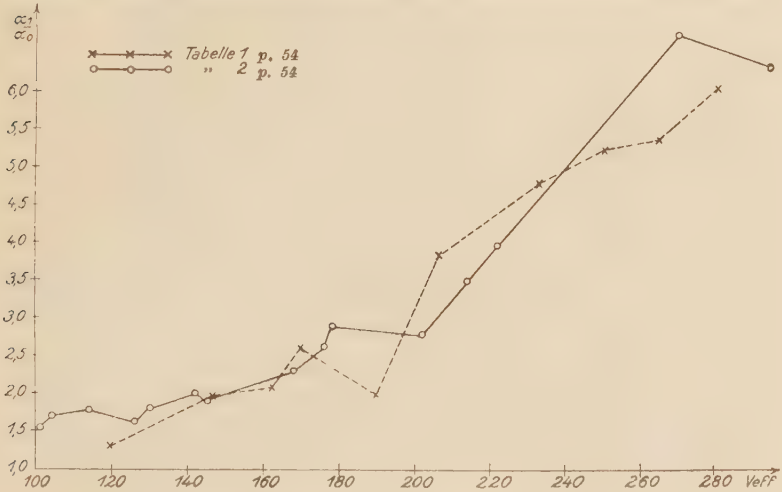
Wurden nun — zunächst war der Kreis III abgeschaltet — elektrische Schwingungen erzeugt und überstieg die Spannung an E 100 Volt, so beobachtete man mit dem Mikroskop am *Fl.-K.* zunächst, wie eine Anzahl kleiner Tröpfchen sich zu größeren vereinigten. Von Schwingungen der einzelnen Tröpfchen war, wie schon erwähnt, nichts zu bemerken. Diese größeren Tropfen legten sich dann kettengliederartig aneinander, ohne jedoch zu einem Tropfen zusammenzufließen. Diese so gebildeten Ketten standen senkrecht zu den Metallplatten und gingen meistens ganz durch die Flüssigkeit von einer Platte zur andern hinüber. Dadurch, daß sich zuweilen noch Seitenäste durch hinzukommende Tröpfchen bildeten, bekamen diese Ketten oft ein baumförmiges Aussehen. Mit bloßem Auge betrachtet, war die Struktur der Ketten etwa betauten Spinnwebfäden vergleichbar. Nach einiger Zeit wurde infolge der Vereinigung der kleinen Tröpfchen zu größeren in der eben beschriebenen Art die umgebende Flüssigkeit klar. Wurden nun die Schwingungen abgeschaltet, so fielen die Ketten etwas auseinander oder sanken auch zusammen. Sobald dann wieder eingeschaltet wurde, strafften sie sich wieder wie vorher an. Eine Erwärmung der Flüssigkeit wurde nicht bemerkt. Genau das gleiche zeigte sich aber auch, wenn eine hinreichend hohe Gleichspannung (220 Volt) statt der Schwingungen angelegt wurde, so daß also die Schwingungen allein für die Erscheinung nicht verantwortlich zu machen sind. Nur trat hierbei wegen des dabei infolge der Leitfähigkeit der Flüssigkeit entstehenden Stromes ziemlich starke Erwärmung ein. Da das Gemisch, in dem die Wassertröpfchen suspendiert waren, ein sehr guter Isolator war, so war der Widerstand des Kondensators dementsprechend sehr hoch. Es war zu vermuten, daß nach Bildung der Ketten, die ja aus aneinandergereihten Wassertropfen bestanden, der Widerstand sehr merklich herabgehen würde, daß also die Emulsion sich wie ein *Kohärer* verhalten müßte. Der Versuch bestätigte dies vollkommen. Gemessen wurde der Widerstand mittels des Gleichstromkreises III. Wurde $V = 2$ bis 8 Volt genommen, so war zunächst an G überhaupt kein Ausschlag zu beobachten. Nachdem etwa 5 Minuten Schwingungen mit einer Effektivspannung $V_{\text{eff.}} = 150$ bis 200 Volt angelegt waren, wurden diese

abgeschaltet und der Ausschlag an G wieder beobachtet. Dieser betrug jetzt mehrere Skalenteile. Je nach der Menge Wassers, die in der Emulsion war, war der Ausschlag verschieden groß. Ließ man nach Bildung der Ketten die Flüssigkeit längere Zeit stehen, so stieg allmählich der Widerstand, was mit dem Zerfall der Ketten zusammenhängt.

Sehr eigentümlich war nun folgendes: Wurde der Widerstand *gleichzeitig* während des Durchgangs von Schwingungen in vorstehender Schaltung gemessen, so war dieser nochmals ganz erheblich *geringer* als nach dem Abschalten der Schwingungen, und zwar trat diese Widerstandsänderung — sowohl die Abnahme beim Einschalten als auch die Zunahme beim Abschalten der Schwingungen — *augenblicklich* ein. Die Wirkungsweise ist also vergleichbar der eines *selbst entfrittenden Kohärers*; nur ist die durch die Schwingungen bewirkte Widerstandsabnahme wesentlich geringer als bei den Metallkohärern; dort sinkt der Widerstand unter Umständen auf 1/100 bis 1/1000, hier auf etwa 1/2 bis 1/30. Daß die Widerstandsänderung in der Tat augenblicklich eintrat, konnte auf die eben beschriebene Weise wegen der Trägheit des Instrumentes nicht völlig einwandfrei nachgewiesen werden; um dies zu prüfen, wurde daher statt der Gleichstromquelle ein Summer angeschaltet und das Instrument durch ein Telephon ersetzt. Für den im Vergleich mit den Lichtbogenschwingungen langsamen Wechselstrom des Summers stellten die Drosselspulen keinen sehr hohen Widerstand dar, so daß sie zum Abdrosseln der Schwingungen im Meßkreis beibehalten werden konnten. Auf diese Weise wurde nun sehr deutlich beim Anschalten der Schwingungen eine plötzliche Verstärkung des Tons wahrgenommen, ebenso beim Abschalten eine plötzliche Schwächung auf die frühere Stärke. Das An- und Abschalten der Schwingungen konnte hier nicht durch Schließen und Öffnen von S_2 geschehen, da der Kreis II über C_4 und C_3 für den Summer-Wechselstrom einen Nebenschluß zu dem Weg über den *Fl.-K.* bildete. Daher hätte das Öffnen und Schließen von S_2 an sich schon eine Änderung in der Tonstärke hervorgerufen. Deshalb wurde der Schalter S_1 benutzt.

Die durch das Vorhandensein von Schwingungen bewirkte Widerstandsabnahme war in hohem Maße abhängig von der Effektivspannung der Schwingungen, die an dem *Fl.-K.* lag

und mit dem Elektrometer E gemessen wurde. Da der Widerstand ohne Schwingungen ziemlichen Schwankungen unterworfen war, je nach der Vorgeschichte, ob kurz vorher Schwingungen angelegt waren, ob deren Spannung groß war u. dgl., so wurde in den nachfolgenden Tabellen unter α_0 derjenige Ausschlag eingetragen, der unmittelbar nach dem Ausschalten der Schwingungen bestand, da dann anzunehmen war, daß die Ketten noch im gleichen Zustand wie während des Ablesens von α_1 waren, und unter α_1 derjenige Ausschlag, der sich herstellte, wenn Schwingungen mit der Effektivspannung $V_{\text{eff.}}$ an



Abhängigkeit der Widerstandsänderung α_1/α_0 der Emulsionen von der Effektivspannung der Schwingungen.

Fig. 17.

dem *Fl.-K.* lagen. Ferner wurde noch α_1/α_0 berechnet und dieses in den Kurventafeln Fig. 17 als Funktion von $V_{\text{eff.}}$ aufgetragen. Die in den Kurven zutage tretenden Unregelmäßigkeiten waren wegen der oft plötzlich — wohl infolge des Zerfalls oder der Neubildung der Ketten — eintretenden Widerstandsschwankungen nicht zu vermeiden. Bei ganz frisch hergestellten Emulsionen war oft überhaupt keine Messung vorzunehmen; sehr brauchbar erwiesen sich dagegen solche Füllungen des *Fl.-K.*, in dem die Ketten vor längerer Zeit schon, zuweilen vor einigen Tagen gebildet waren, und die dann unberührt stehen gelassen waren. Die Flüssigkeit war dann

ziemlich klar geworden und die Ketten hatten sich infolge von Verschiedenheiten im spez. Gewicht der Flüssigkeit und des Wassers, aus dem die Ketten bestanden, an die Wandungen des Gefäßes angelegt. Auf diese Weise war ein Zerfall oder eine Umlagerung der Ketten erschwert, so daß die Widerstandsschwankungen ganz erheblich herabgesetzt wurden.

Tabelle 1 (vgl. Fig. 17).

Volt	α_0	α_1	α_1/α_0
120	8,5	11,0	1,30
146	8,3	16,0	1,93
162	8,2	17,0	2,07
170	7,0	18,0	2,57
178	8,0	18,5	2,32
190	9,0	18,0	2,00
206	4,0	15,2	3,80
232	4,0	19,0	4,75
250	4,2	22,0	5,24
265	4,0	21,5	5,38
280	4,5	27,0	6,00

Die Einstellung der verschiedenem Werte von $V_{\text{eff.}}$ geschah hier, sowie in allen späteren Reihen, durch Verstellen des Drehkondensators C_3.

Diese Reihe wurde aufgenommen mit einer frisch zubereiteten Emulsion von destilliertem Wasser. Vor der Aufnahme der Reihe wurden längere Zeit (mehrere Minuten) Schwingungen unterhalten, um die Bildung der Ketten zu bewirken.

Tabelle 2 (vgl. Fig. 17).

Volt	α_0	α_1	α_1/α_0
101	10,5	16,2	1,54
104	7,0	11,8	1,69
114	11,1	19.5	1,76
126	10,0	16,0	1,60
130	10,0	17,8	1,78
142	10,0	19,8	1,98
145	11,0	20,7	1,88
168	11,1	25,3	2,28
176	11,0	28,5	2,59
178	9,8	28,2	2,88
202	9,8	27,0	2,76
214	9,8	34,0	3,48
222	8,2	32,3	3,94
270	8,0	54,0	6,75
300	8,0	50,0	6,25

Diese Reihe wurde aufgenommen mit einer etwa 18 Stunden alten Emulsion von destilliertem Wasser.

Bei einigen weiteren Meßreihen, die mittels wenig Wasser enthaltenden Emulsionen hergestellt wurden, war eine klar ersichtliche Abhängigkeit der Widerstandsänderung von der Schwingungsspannung nicht festzustellen. Der Grund ist wohl darin zu suchen, daß die Ketten sich nicht ganz von einer Platte bis zur andern erstreckten, eine Erscheinung, die öfter beobachtet wurde. Infolgedessen behielten sie beim Abschalten ihre bisherige Struktur nicht immer bei, was natürlich eine Widerstandsschwankung zur Folge hatte.

Da, wie erwähnt, die Kettenbildung als Ursache der Widerstandsabnahme angesehen wurde, lag die Vermutung nahe, daß die Abnahme noch wesentlich größer werden müsse, wenn man an Stelle des reinen Wassers eine besser leitende Flüssigkeit, also etwa die Lösung eines *Elektrolyten* in Wasser, zur Herstellung der Emulsion verwende. Zunächst wurde eine Lösung von KCl in Wasser benutzt. Trotz heftigen Schüttelns konnte keine so homogene Emulsion wie mit Wasser hergestellt werden; die Tröpfchen waren wesentlich größer. Auch die durch die Schwingungen entstandenen Ketten zeigten einen viel gröberen Aufbau. Es bildeten sich wenige, aus ziemlich großen Tropfen bestehende Ketten aus. Der Widerstand an sich war etwa $^1/_5$ von dem in der letzten Tabelle auf p. 54, die Abnahme durch die Schwingungen jedoch war wesentlich geringer; der Widerstand sank nur nochmals auf etwa die Hälfte, und zwar — wenigstens bei $V_{\text{eff.}} > 100$ Volt — ziemlich unabhängig von $V_{\text{eff.}}$

Viel günstiger verhielt sich in mancher Beziehung die Verwendung einer schwachen NH_4OH-Lösung. Die Emulsion wurde sehr fein, so daß sie ein fast milchartiges Aussehen erhielt; ihr Anfangswiderstand war ziemlich hoch, auch noch nach Entstehung der Ketten, sank aber beim Durchgang der Schwingungen sehr erheblich, bis auf etwa 1/30 bei ca. 250 Volt Effektivspannung der Schwingungen. Im übrigen war eine klare Abhängigkeit der Widerstandsänderung von $V_{\text{eff.}}$ nicht ersichtlich.

Zur Erklärung der Widerstandsänderung läßt sich folgende Hypothese aufstellen. Der zunächst sehr hohe Widerstand der Emulsion ist im wesentlichen gegeben durch den Widerstand der umgebenden gut isolierenden Flüssigkeit, da die einzelnen Wassertröpfchen nicht in Berührung miteinander und den

Metallplatten sind, somit für die Leitung nicht in Betracht kommen. Beim Anlegen einer hohen Spannung — Schwingungen oder Gleichspannung — tritt die Erscheinung auf, die auf p. 33 gelegentlich der Besprechung der mittels des elektrischen Wechselfeldes erregten Tropfenschwingungen erwähnt wurde, daß nämlich eine Anzahl von Tropfen sich infolge elektrostatischer Anziehung nähern und zum Teil zusammenfließen. Daß nicht sämtliche Tropfen zu einem einzigen zusammenfließen, sondern daß sie sich nur kettenförmig aneinander reihen, liegt höchstwahrscheinlich an der eingangs erwähnten Hautbildung (p. 15ff.), die, wie die früheren Beobachtungen zeigten, bei kleineren Tropfen viel deutlicher zutage tritt als bei großen und sich auch bei dieser Kombination von Flüssigkeiten, die bei großen Tropfen nicht sehr stark davon beeinflußt wurde, bei den kleinen Tröpfchen bemerkbar machen mußte. Sind nun keine Schwingungen im Gange, so berühren sich diese einzelnen Tropfen einer Kette nur sehr wenig, streng genommen nur je in einem Punkte. Infolgedessen ist hier der Querschnitt der leitenden Bahn sehr klein, ihr Widerstand also ziemlich hoch. Daß überhaupt ein Stromdurchgang möglich ist, ohne daß die Tropfen zusammenfließen, haben die oben erwähnten Versuche von Elster und Geitel[1]) erwiesen, die ebenfalls einen Ladungsaustausch zwischen Wassertröpfchen und einer Wasseroberfläche, auf die sie jene strömen ließen, feststellten, wobei die Tröpfchen wieder reflektiert wurden, sich also nicht mit dem Wasser vereinigten. Werden nun Schwingungen mit genügend hoher Effektivspannung an die Platten des kleinen Kondensators angelegt, so werden dadurch Schwingungen der Tröpfchen hervorgerufen, wodurch sie abwechselnd — unter Annahme der langsamsten, ellipsoidförmigen Schwingung mit $n = 2$ —, und zwar alle gleichphasig, sich verlängern und verkürzen. Daß diese Schwingungen, wie oben erwähnt, nicht beobachtet werden konnten, liegt wohl an der zu geringen Amplitude. Da nun schon vorher die Tropfen sich völlig berührten, werden sie sich nicht verlängern können, sondern sich gegenseitig abplatten. Die Folge davon ist, daß sie sich mit einer größeren Fläche als vorher berühren. Damit ist der Querschnitt der Leitung vergrößert, der Widerstand nimmt also ab. Da nach den Beobachtungen, die auf p. 31 berichtet sind, die Amplitude

1) J. Elster u. H. Geitel, l. c.

der Schwingungen sehr erheblich von der angelegten Spannung abhängt, so hängt auch in gleicher Weise die Größe der Abplattungsfläche von dieser Spannung, d. h. der Spannung der Schwingungen ab. Damit ist die Abhängigkeit der Widerstandsänderung von $V_{\text{eff.}}$ erklärt. Alles eben Besprochene gilt natürlich nur für diejenige Halbperiode der Tropfenschwingung, in der die Tropfen die Form von verlängerten Ellipsoiden haben. In der andern Halbperiode sind sie in Richtung ihrer Achse verkürzt, sie berühren sich also nicht mehr, d. h. während dieser Zeit ist überhaupt keine Leitfähigkeit mehr vorhanden. Der wirklich beobachtete Widerstand stellt also den Mittelwert über die Periode dar. Da nun das Zeitintegral über die erste Halbperiode jene Abhängigkeit von der Amplitude, somit auch von $V_{\text{eff.}}$ zeigt, das über die zweite Halbperiode jedoch — unabhängig von der Amplitude und $V_{\text{eff.}}$ — stets $= 0$ ist, so folgt daraus für den Mittelwert eine gleiche Abhängigkeit von $V_{\text{eff.}}$, wie sie für die erste Halbperiode allein auch besteht. Gilt für das Integral über die erste Halbperiode $(a_1/a_0)' = k \cdot V_{\text{eff.}}^{\,x}$, wo x nach den Resultaten eine Zahl zwischen 2 und 3 ist, so gilt für den beobachtbaren Mittelwert $a_1/a_0 = k/2 \cdot V_{\text{eff.}}$. k ist ein konstanter Faktor, der in jedem Falle von dem jeweiligen Zustand der Emulsion und der Ketten abhängt.

In ganz ähnlicher Weise würde auch eine an der Emulsion angelegte *Gleich*spannung wirken. Untersuchungen hierüber wurden in der vorliegenden Arbeit nicht angestellt. Die zur Messung des Widerstandes erforderliche Gleichspannung, die höchstens 10 Volt, meistens jedoch nur 2 oder 4 Volt betrug, war zu gering, um die Erscheinung einer durch sie bedingten Widerstandsänderung zu ergeben. Da, wie oben erwähnt, bei höherer Spannung merkliche Erwärmung eintritt, so müßte für hinreichende Kühlung gesorgt werden, wenn man die Gleichstromcharakteristik der Emulsion, die am einfachsten ein übersichtliches Bild des Verlaufs des Widerstandes ergibt, aufnehmen und unbeeinflußt von Wärmewirkungen erhalten wollte. Denn auch bei anliegender *Gleich*spannung streben die einzelnen Tröpfchen danach, sich zu verlängern (vgl. p. 11 und 12); sie werden also ebenfalls fest gegeneinander gepreßt und sich mit einer größeren Fläche als ursprünglich — deren Größe natürlich von der Größe der Spannung abhängt — berühren und so die Widerstandsabnahme herbeiführen.

Die oben besprochene Erklärung durch die Annahme, daß die sich bildenden Ketten der verhältnismäßig gut leitenden Substanz (Wasser) die Widerstandsabnahme bewirken, wurde in ähnlicher Weise von Tommasina[1]) auf den gewöhnlichen Metallkohärer angewandt. Auch dort sollen sich unter Einwirkung eines Wechselfeldes die einzelnen Metallkörner kettengliederartig aneinander reihen; freilich war ihm eine Beobachtung solcher Ketten nicht möglich. Nach dem Aufhören der Schwingungen bleiben die einzelnen Körner natürlich in der einmal eingenommenen Lage, werden vielleicht auch zum Teil infolge der auftretenden Fünkchen miteinander verschweißt, so daß die Leitfähigkeit erhalten bleibt. Da bei den Flüssigkeitsketten die Tröpfchen infolge der Oberflächenspannung wieder in die alte Kugelform zurückgehen und außerdem ein Verschweißen nicht eintreten kann, so ist klar, daß hier der Widerstand seinen alten Wert wieder annehmen muß. Eine ganz ähnliche Beobachtung an festen sich berührenden Körpern ist übrigens von Auerbach[2]) angegeben worden. Er brachte zwei in einen Gleichstromkreis eingeschaltete Stahlkugeln in lose Berührung miteinander, so daß ein nur schwacher Strom durch die Berührungsstelle hindurchging. Setzte er nun in einiger Entfernung auf denselben Tisch eine tönende Stimmgabel auf, so wuchs der Strom. Er erklärt dies durch die infolge der rhythmischen Erschütterungen, die sich von der Stimmgabel natürlich auch den Kugeln mitteilten, bewirkte Aneinanderpressung der Kugeln. Hörten die Schwingungen auf, so stieg der Widerstand sogleich auf seinen ursprünglichen Wert. Auch hier trat bei den sehr schwachen Strömen keine derartige Wärme auf, daß ein Verschweißen hätte erfolgen können, und außerdem nahmen die Kugeln infolge der elastischen Eigenschaften sogleich wieder ihre ursprüngliche Form und gegenseitige Anordnung an.

Um den Zusammenhang dieser letzten Beobachtung mit den an den Emulsionen noch überzeugender zu gestalten, wäre es erforderlich zu zeigen, daß auch mechanisch bewirkte Schwingungen der Tröpfchen gegeneinander — nachdem die Ketten einmal gebildet sind — eine Widerstandsabnahme zur Folge

1) Th. Tommasina, Compt. rend. **128.** p. 1092 und **129.** p. 40.
2) F. Auerbach, Wied. Ann. **64.** p. 611. 1898.

haben. Doch dürfte dieser Versuch mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden sein. Denn wenn es auch gelingen kann, etwa akustisch solche Schwingungen zu erregen, so besteht hier doch für die Tröpfchen die Möglichkeit, seitlich auszuweichen, wodurch natürlich der Zusammenhang der Ketten gelockert wird und der Widerstand womöglich zunimmt. Bei den elektrisch erregten Schwingungen trat dies infolge der elektrostatischen Anziehungen der Tröpfchen nicht ein, sondern sie hielten sich, etwa wie Eisenfeilspäne bei der Herstellung der magnetischen Kraftlinienbilder, fest.

Obwohl derartige Untersuchungen noch ausstehen, so dürfte doch diese einheitliche Auffassung vom Wesen der Kohärerwirkung bei Metallpulver und den Emulsionen auf Grund der bereits vorliegenden Versuche ihre Berechtigung haben und auch der grundlegende Unterschied in der Wirkung — Emulsionen zeigen Selbstentfrittung, Metallkohärer nicht — eine ungezwungene Erklärung finden.

Zusammenfassung.

1. Mit Hilfe periodischer elektrischer Kräfte wurden schwebende Tropfen zu Schwingungen angeregt und vermittels einer Registriervorrichtung die Schwingungen nach Amplitude, Dämpfung und Phase untersucht. Nach Abänderung der Versuchsanordnung wurden auch die Oberschwingungen einer näheren Betrachtung unterzogen.

2. Zur Vermeidung störender Einflüsse elektrostatischer Art wurde sodann eine Methode zur Schwingungserregung unter Verwendung mechanischer Kräfte angegeben. Es ergab sich eine bequeme Möglichkeit, Oberflächenspannungen an der Grenze zweier Flüssigkeiten gleicher Dichte zu messen.

3. Es wurde die Einwirkung eines schwingenden auf einen ruhenden Tropfen, sowie die gegenseitige Beeinflussung zweier schwingenden Tropfen untersucht und so eine Erweiterung der Bjerknesschen Beobachtungen über hydrodynamische Fernkräfte erreicht.

4. Die Versuche wurden zum Schluß auf kleine Tropfen (Emulsionen) ausgedehnt; es zeigte sich, daß eine Emulsion von Tröpfchen einer elektrisch leitenden Flüssigkeit in einer

isolierenden sich schnellen elektrischen Schwingungen gegenüber wie ein selbstentfrittender Kohärer verhält. Für diese Erscheinung wurde eine Erklärungsmöglichkeit angegeben.

Die vorstehende Arbeit wurde auf Anregung von Herrn Professor H. Th. Simon im Institut für Angewandte Elektrizität zu Göttingen ausgeführt. Herrn Professor H. Th. Simon bin ich für das rege, fördernde Interesse, das er der Arbeit jederzeit entgegenbrachte, zu größtem Dank verpflichtet.

Für mancherlei Unterstützung und wertvolle Ratschläge schulde ich dem früheren Assistenten des Instituts, Herrn Dr. H. Busch, sowie dem jetzigen Assistenten, Herrn Dr. W. Grotrian, vielen Dank.

Lebenslauf.

Am 20. Juli 1891 wurde ich, Karl Ernst Hugo Boedeker, in Höchst am Main als der Sohn des Chemikers Dr. phil. Hermann Boedeker geboren. Ich bin evangelischen Bekenntnisses und besitze die preußische Staatsangehörigkeit. Meine Schulbildung erhielt ich auf der Vorschule und dem Gymnasium meiner Vaterstadt, das ich Ostern 1910 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Ich widmete mich dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften von Ostern bis Herbst 1910 in Kiel, von Herbst 1910 bis Ostern 1912 in Marburg und von da an in Göttingen.

Vorlesungen und Übungen besuchte ich bei folgenden Herren Professoren und Dozenten: in Kiel: Dieterici, Harries, Heffter, Pochhammer. In Marburg: Andrée, Bauer, v. Dalwigk, Feußner, Flade, Hellinger, Hensel, E. Kayser, Richarz, F. A. Schulze, Take, Zincke. In Göttingen: Bestelmeyer, Hilbert, Kötz, Madelung, Pompeckj, Reich, Rümelin, H. Th. Simon, Tammann, Toeplitz, Rausch von Traubenberg, Vogel, Voigt, Zsigmondy.

Ihnen allen gilt mein aufrichtiger Dank.

Abb. 1.

Abb. 2.

Abb. 3.

Abb. 4.

Abb. 5.

Abb. 6.

Abb. 7.

Abb. 8.

Abb. 9.

Abb. 10. $n = 2$.

Abb. 11. $n = 3$.

Abb. 12. $n = 4$.

Abb. 13. $n = 2$.

Abb. 14. $n = 3$.

Abb. 15. $n = 4$.

Abb. 16. $n = 5$.

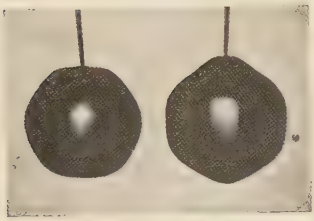


Abb. 17. $n = 6$.

Abb. 18.

Abb. 19.

Abb. 20.

Abb. 21.

Abb. 22.

Abb. 23.

Abb. 24.

Abb. 25.

K. Boedeker.

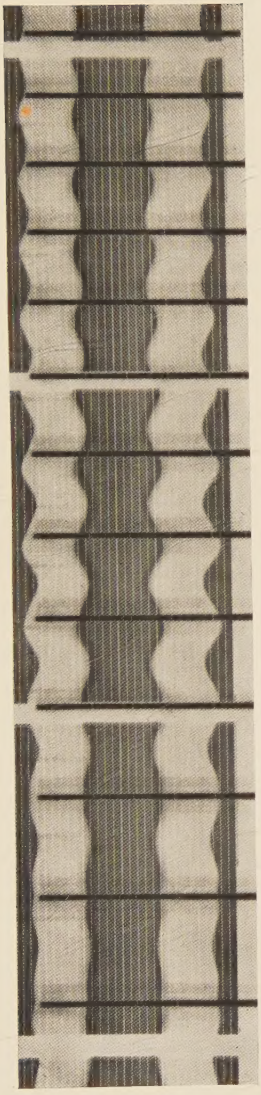


Abb. 26.

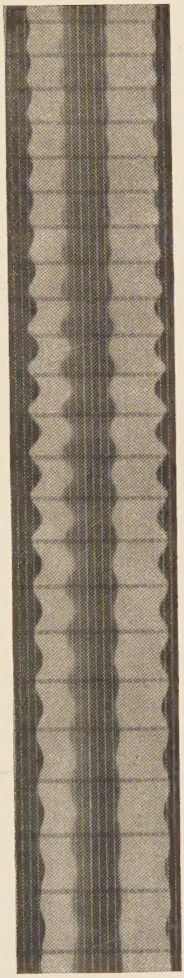


Abb. 27.